

-
- 1 . Jika $x = 50$, $x - 14$, $x - 5$, adalah tiga suku pertama suatu deret geometri tak hingga, maka jumlah semua suku sukunya adalah

A . -96
B . -64
C . -36
D . -24
E . -12

Kunci : B

Penyelesaian :

$x - 50, x - 14, x - 5$, adalah tiga suku geometri

$$\Rightarrow \frac{x-14}{x-50} = \frac{x-5}{x-14}$$

$$\Rightarrow (x-14)^2 = (x-5)(x-50)$$

$$\Rightarrow x^2 - 28x + 196 = x^2 - 55x + 250$$

$$\Rightarrow 27x = 54$$

$$\Rightarrow x = 2$$

Jadi suku deret geometri tersebut adalah :

$$2 - 50, 2 - 14, 2 - 5, \dots$$

$$\Rightarrow -48, -12, -3, \dots$$

$$\Rightarrow a = -48, r = \frac{1}{4}$$

Jumlah deret geometri tersebut adalah :

$$S = \frac{a}{1-r} = \frac{-48}{1-\frac{1}{4}} = \frac{-48}{\frac{3}{4}} = -48 \times \frac{4}{3} = -64$$

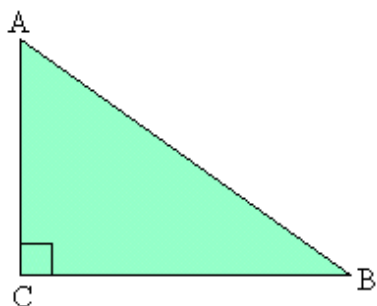
- 2 . Pada suatu segitiga ABC yang siku-siku pada C, diketahui bahwa

$$\sin A \sin B = \frac{2}{5} \text{ dan } \sin (A - B) = 5a. \text{ Nilai } a \text{ adalah } \dots$$

A . $\frac{-1}{5}$
B . $\frac{-3}{25}$
C . $\frac{1}{25}$
D . $\frac{3}{25}$
E . $\frac{3}{5}$

Kunci : B

Penyelesaian :



Dari gambar diketahui :

$$A + B = 90^\circ$$

$$\text{Dari soal} \rightarrow \sin(A - B) = 5a$$

$$\Leftrightarrow \cos^2(A - B) = 1 - \sin^2(A - B)$$

$$= 1 - (5a)^2$$

$$= 1 - 25a^2$$

$$\therefore \cos(A - B) = \sqrt{1 - 25a^2}$$

$$\text{Dari soal} \rightarrow \sin A \sin B = \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin A \sin B = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow 25a^2 = 1 - \frac{16}{25}$$

$$\Leftrightarrow \cos(A - B) - \cos(A + B) = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow 25a^2 = \frac{9}{25}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1 - 25a^2} - \cos 90^\circ = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow a^2 = \frac{9}{25^2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1 - 25a^2} = \frac{4}{5} \quad \text{Jadi } a = \pm \frac{3}{5}$$

$$\Leftrightarrow 1 - 25a^2 = \frac{16}{25}$$

3. Jika ${}^2\log a + {}^2\log b = 12$ dan ${}^3\log a - {}^2\log b = 4$ maka $a + b = \dots\dots$

A . 144

D . 1024

B . 272

E . 1040

C . 528

Kunci : B

Penyelesaian :

$${}^2\log a + {}^2\log b = 12 \Rightarrow {}^2\log ab = {}^2\log 2^{12}$$

$$\Rightarrow ab = 2^{12} \dots\dots\dots (1)$$

$$3{}^2\log a - {}^2\log b = 4 \Rightarrow {}^2\log a^3 - {}^2\log b = 4$$

$$\Rightarrow {}^2\log \frac{a^3}{b} = {}^2\log 2^4$$

$$\Rightarrow \frac{a^3}{b} = 2^4$$

$$\Rightarrow b = \frac{a^3}{2^4} \dots\dots\dots (2)$$

(2) disubstitusikan ke (1) didapat :

$$a \times \frac{a^3}{2^4} = 2^{12}$$

$$a^4 = 2^{14}$$

$a = 2^4$, substitusikan ke (2) didapat :

$$b = \frac{a^3}{2^4} = \frac{(2^4)^3}{2^4} = 2^8 = 256$$

$$\text{Jadi } a + b = 16 + 256 = 272$$

4 . Vektor $\overrightarrow{PQ} = (2, 0, 1)$ dan $\overrightarrow{PR} = (1, 1, 2)$. Jika $\overrightarrow{PS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ}$, maka vektor $\overrightarrow{RS}$ adalah

A . $(0, -1, -\frac{3}{2})$

D . $(\frac{1}{2}, 0, 1)$

B . $(-1, 0, -\frac{3}{2})$

E . $(1, -1, 1)$

C . $(\frac{3}{2}, 1, 0)$

Kunci : A

Penyelesaian :

$$\overrightarrow{PQ} = (2, 0, 1); \overrightarrow{PR} = (1, 1, 2)$$

$$\overrightarrow{PS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{PQ}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{PS} = \frac{1}{2}(2, 0, 1) = (1, 0, \frac{1}{2})$$

$$\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{PS} - \overrightarrow{PR}$$

$$= (1, 0, \frac{1}{2}) - (1, 1, 2)$$

$$= (0, -1, -\frac{3}{2})$$

5 . Supaya kedua akar persamaan $px^2 + qx + 1 - p = 0$ real dan yang satu kebalikan dari yang lain, maka haruslah

- A . $q = 0$
 B . $p < 0$ atau $p > 1$
 C . $q < -1$ atau $q > 1$

D . $p^2 - 4q^2 - 4p > 0$
 E . $\frac{p}{(p-1)} = 1$

Kunci : C

Penyelesaian :

$$px^2 + qx + 1 - p = 0$$

akar yang satu kebalikan akar yang lain

$$\text{jika } p = 1 - p \Rightarrow p = \frac{1}{2}$$

kedua akar real

$$\text{jika } q^2 - 4p(1 - p) > 0$$

$$q^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2}\right) > 0$$

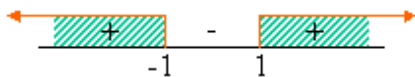
$$q^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) > 0$$

$$q^2 - 1 > 0$$

$$\text{misalkan } q^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow q^2 = 1$$

$$\Rightarrow q = 1 \text{ atau } q = -1$$



Jadi syarat agar persamaan tersebut, kedua akarnya real dan yang satu kebalikan dari akar yang lain $q < -1$ atau $q > 1$

- 6 . P, Q dan R memancing ikan. Jika hasil Q lebih sedikit dari R, sedangkan jumlah P dan Q lebih banyak dari pada dua kali R, maka yang terbanyak mendapat ikan adalah

- A . P dan R
 B . P dan Q
 C . P
 D . Q
 E . R

Kunci : C

Penyelesaian :

Dari soal diketahui

$$Q > R \text{ (1) dan}$$

$$P + Q > 2R \Rightarrow Q > 2R - P \text{ (2)}$$

Dari persamaan (1) dan (2) didapat :

$$R > 2R - P \Rightarrow P > R - R \Rightarrow R \Rightarrow P > R \text{ (3)}$$

Dari persamaan (1) dan (3) didapat :

$$Q < R < P$$

Jadi yang paling banyak adalah P

$$7 . \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1} = \text{.....}$$

- A . 0
 B . $\frac{1}{3}$
 C . $\frac{2}{3}$
 D . $\frac{3}{2}$
 E . 2

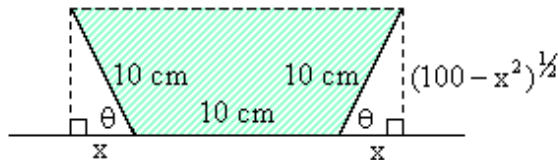
Kunci : D

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x-1}}{\sqrt[3]{1+x-1}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}(1+x)^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(1)^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{3}(1)^{-\frac{2}{3}}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}\end{aligned}$$

- A . 75°
B . 60°
C . 45°
- D . 30°
E . $22,5^\circ$

Penyelesaian :


$$\begin{aligned} L &= (10+2x)(100-x^2)^{\frac{1}{2}} - 2\left[\frac{1}{2} \cdot x(100-x^2)^{\frac{1}{2}}\right] \\ &= (10+2x)(100-x^2)^{\frac{1}{2}} - x(100-x^2)^{\frac{1}{2}} \\ &= (10+x)(100-x^2)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$
$$v = (100 - x^2)^{1/2} \rightarrow v' = \frac{1}{2}(100 - x^2)^{-1/2}(-2x)$$

$$\begin{aligned} L' &= u'v + uv' \\ &= (100-x^2)^{1/2} + (10+x) \cdot \frac{1}{2}(100-x^2)^{-1/2}(-2x) \\ &= (100-x^2)^{1/2} - x(10+x)(100-x^2)^{-1/2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Jadi } (100 - x^2)^{\frac{1}{2}} - (10x + x^2)(100 - x^2)^{-\frac{1}{2}} = 0 \\ & \Rightarrow (100 - x^2)^{\frac{1}{2}} = (10x + x^2)(100 - x^2)^{-\frac{1}{2}} \\ & \Rightarrow 100 - x^2 = 10x - x^2 \\ & \Rightarrow 2x^2 + 10x - 100 = 0 \\ & \Rightarrow x^2 + 5x - 50 = 0 \\ & \Rightarrow (x - 5)(x + 10) = 0 \\ & \quad x = 5 \text{ atau } x = -10 (\text{tidak mungkin}) \end{aligned}$$

Jadi $\cos \theta = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$ (agar volume maks)

9. Diketahui deret geometri $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$. Jika $ab = 162$ dan $\log a_2 + \log a_3 + \log a_4 + \log a_5 = 4 \log 2 + 6 \log 3$, maka $a_3 = \dots$

- A . 2
B . 3
C . 6
D . 8
E . 9

Kunci : C

Penyelesaian :

$a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ deret geometri

dari soal $\rightarrow \log a_2 + \log a_3 + \log a_4 + \log a_5 = 4 \log 2 + 6 \log 3$

$$\Leftrightarrow \log a_2 a_3 a_4 a_5 = \log 2^4 \cdot 3^6$$

$$\Leftrightarrow a_2 a_3 a_4 a_5 = 2^4 \cdot 3^6$$

$$\Leftrightarrow a_1 r a_1 r^2 a_1 r^3 a_1 r^4 = 2^4 \cdot 3^6$$

$$\Leftrightarrow a_1^4 r^{10} = 2^4 \cdot 3^6 \dots\dots\dots(1)$$

dari soal $\rightarrow a_6 = 162$

$$\Leftrightarrow a_1 r^5 = 162$$

$$\Leftrightarrow a_1 = \frac{162}{r^5} \dots\dots\dots(2)$$

(2) disubstitusikan ke (1) Jadi $r = 3$, disubstitusikan ke (2)

didapat :

didapat :

$$\Rightarrow \left(\frac{162}{r^5}\right)^4 r^{10} = 2^4 3^6$$

$$a_1 = \frac{162}{3^5} = \frac{162}{243} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{162^4}{r^5} \cdot r^{10} = 2^4 3^6$$

$$\text{Jadi } a_3 = a_1 r^2 = \frac{2}{3} \cdot 3^2 = 6$$

$$\Rightarrow \frac{162^4}{2^4 3^6} = r^{10}$$

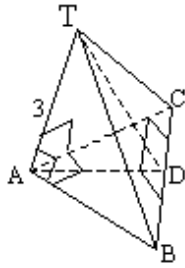
$$\Rightarrow 3^{10} = r^{10}$$

10. Pada bidang empat T.ABC, bidang TAB, TAC dan ABC saling tegak lurus. Jika $TA = 3$, $AB = AC = \sqrt{3}$ dan α adalah sudut antara bidang TBC dan ABC, maka $\sin \alpha$ adalah

- A . $\frac{\sqrt{7}}{7}$
B . $\frac{\sqrt{14}}{7}$
C . $\frac{\sqrt{21}}{7}$
D . $\frac{2\sqrt{7}}{7}$
E . $\frac{\sqrt{42}}{7}$

Kunci : E

Penyelesaian :



Perhatikan $\triangle TAB$, dengan
dalil Pythagoras di dapat :

$$\begin{aligned} TB &= \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{9+3} \\ &= \sqrt{12} \end{aligned}$$

$$(TD)^2 = (TB)^2 - (BD)^2$$

Perhatikan $\triangle ABC$, dengan dalil Pythagoras didapat :

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{3+3} = \sqrt{6} \end{aligned}$$

$$BD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{6}$$

$$\text{Jadi } \sin \alpha = \frac{3}{\frac{1}{2}\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{42}}{\sqrt{42}} = \frac{6\sqrt{42}}{42} = \frac{\sqrt{42}}{7}$$

Perhatikan $\triangle ABC$, dengan dalil Pythagoras didapat :

$$\begin{aligned} TD &= \sqrt{(12)^2 + \left(\frac{1}{2}\sqrt{6}\right)^2} \\ &= \sqrt{12 - \frac{6}{4}} = \sqrt{\frac{42}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{42} \end{aligned}$$