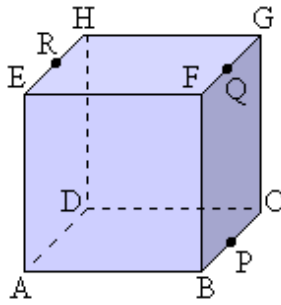


1. Titik-titik P, Q, R masing-masing terletak pada rusuk-rusuk BC, FG, dan EH sebuah kubus ABCD.EFGH. Jika $BP = \frac{1}{3} BC$, $FQ = \frac{2}{3} FG$, dan $ER = \frac{2}{3} EH$, maka perbandingan luas irisan bidang melalui P, Q dan R dan luas permukaan kubus adalah



- A. 1 : 6
 B. $\sqrt{8} : 6$
 C. $\sqrt{10} : 6$
 D. $\sqrt{10} : 18$
 E. $\sqrt{8} : 18$

Kunci : E

Penyelesaian :

Jika sisi kubus = x

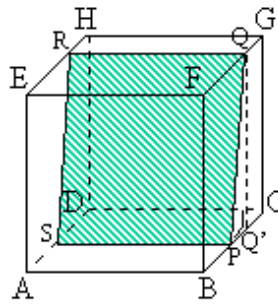
Irisan bidang melalui P, Q, R adalah PQRS

$$BP = \frac{1}{3}x; FQ = \frac{2}{3}x;$$

$$ER = \frac{2}{3}x$$

Lihat $\triangle PQQ'$

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= \sqrt{(\overline{PQ'})^2 + (\overline{QQ'})^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{1}{3}x\right)^2 + x^2} = \frac{1}{3}\sqrt{10}x \end{aligned}$$



Perbandingan luas yang diarsir terhadap luas permukaan

$$\text{kubus} = (\overline{PQ} \cdot \overline{QR}) : 6 AB \cdot BF = \frac{1}{3}\sqrt{10}x \cdot x : 6x^2 = \sqrt{10} : 18$$

2. Diketahui $\frac{df(x)}{dx} = \sqrt[3]{x}$. Jika $f(4) = 19$, maka $f(1) = \dots$

- A. 2
 B. 3
 C. 4
 D. 5
 E. 6

Kunci : D

Penyelesaian :

$$\frac{df(x)}{dx} = 3x^{\frac{1}{3}} \rightarrow f(x) = \int \frac{df(x)}{dx} = 2x^{\frac{3}{2}} + c$$

$$f(4) = 2(4)^{\frac{3}{2}} + c = 19$$

$$16 + c = 19 \rightarrow c = 3$$

$$\text{Maka } f(1) = 2(1)^{\frac{3}{2}} + 3 = 5$$

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{(x+a)(x+b)} - x) = \dots\dots\dots$

A. $\frac{a-b}{2}$

D. $\frac{a+b}{2}$

B. $\sim$

E. $a+b$

C. 0

Kunci : D

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{(x+a)(x+b)} - x \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(x+a)(x+b)} - x \right) \frac{\left(\sqrt{(x+a)(x+b)} + x \right)}{\sqrt{(x+a)(x+b)} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+a)(x+b) - x^2}{\sqrt{(x+a)(x+b)} + x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + (a+b)x + ab - x^2}{\sqrt{(x+a)(x+b)} + x} \\ & \text{(Pembilang dan penyebut bagi dengan } x) \\ &= \frac{1}{2}(a+b) \end{aligned}$$

4. P adalah titik pusat lingkaran luar segitiga ABC. Jika $\sin \angle C = a$, maka $\sin \angle APB = \dots\dots\dots$

A. $\frac{1}{2} a \sqrt{1-a^2}$

D. $2a$

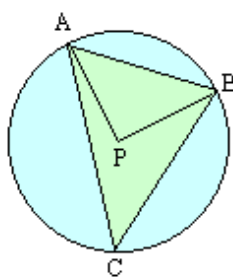
E. $2a^2$

B. $a \sqrt{1-a^2}$

C. $2a \sqrt{1-a^2}$

Kunci : C

Penyelesaian :



$\angle C$ adalah sudut keliling

$\angle APB$ adalah sudut pusat, maka :

$$\angle APB = 2\angle C$$

$$\sin \angle C = a, \cos \angle C = \sqrt{1 - \sin^2 \angle C}$$

$$\cos \angle C = \sqrt{1 - a^2}$$

$$\sin \angle APB = 2 \sin \angle C \cdot \cos \angle C$$

$$= 2 \cdot a \sqrt{1 - a^2}$$

5. Hasil kali semua nilai x yang memenuhi persamaan $\log (64 \sqrt[24]{2^{(x^2-40x)}}) = \dots\dots\dots$

A. 144

D. 50

B. 100

E. 36

C. 72

Kunci : A

Penyelesaian :

$$\text{Log } (64 \sqrt[24]{2^{(x^2-40x)}}) = 0 \Rightarrow \text{Log } (64 \sqrt[24]{2^{(x^2-40x)}}) = \log 1$$

$$\Leftrightarrow (64 \sqrt[24]{2^{(x^2-40x)}}) = 1 \Leftrightarrow 2^{\frac{(x^2-40x)-1}{24}} = 2^{-6}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 40x + 24 \cdot 6 = 0$$

$$\text{dari hubungan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 24 \cdot 6 = 144$$

6. Jika $P \neq 0$ dan akar persamaan $x^2 + px + q = 0$ adalah p dan q , maka $p^2 + q^2 = \dots$

A . 2

D . 5

B . 3

E . 6

C . 4

Kunci : D

Penyelesaian :

$x^2 + px + q = 0$ berakar p dan q ,

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow p \cdot q = q \Rightarrow p = 1$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow p + q = -p \Rightarrow q = -2p = -2$$

$$\text{Maka } p^2 + q^2 = 1 + (-2)^2 = 5$$

7. Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 - 20x + (7k - 1) = 0$ merupakan suku pertama dan suku kedua suatu deret geometri dengan pembanding yang lebih besar dari 1. Jika kedua akar persamaan itu berbanding sebagai 2 dan 3, maka suku keempat deret geometri itu adalah

A . 9 untuk $k = 7$

D . $15\frac{1}{2}$ untuk k sembarang

B . $13\frac{1}{2}$ untuk k sembarang

E . $15\frac{1}{2}$ untuk $k = 7$

C . $13\frac{1}{2}$ untuk $k = 7$

Kunci : C

Penyelesaian :

Akar-akar dari $2x^2 - 20x + (7k - 1) = 0$ adalah x , dan membentuk deret geometri dengan rasio (r) > 1 .

$$\frac{x_2}{x_1} = r = \frac{3}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2}x_1$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{(-20)}{2} = 10$$

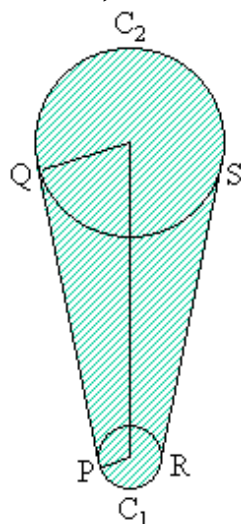
$$\Leftrightarrow x_1 + \frac{3}{2}x_1 = 10; x_1 = 4 \text{ dan } x_2 = 6$$

$$\text{maka : } *x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{7k-1}{2} = 4 \cdot 6 : k = 7$$

$$*U_4 = ar^3 = 4 \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 4 \cdot \frac{27}{8} = 13\frac{1}{2}$$

8. Lingkaran C_1 dan C_2 masing-masing berjari-jari 1 dan 7, dan jarak kedua pusat lingkaran tersebut 12. Jika PQ dan RS adalah garis singgung persekutuan luar kedua lingkaran

tersebut, maka luas daerah yang diarsir

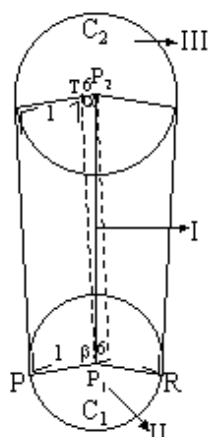


- A . $33\pi + 8\sqrt{3}$
 B . $33\pi + 16\sqrt{3}$
 C . $33\pi + 24\sqrt{3}$

- D . $33\pi + 32\sqrt{3}$
 E . $33\pi + 48\sqrt{3}$

Kunci : E

Penyelesaian :



$$P_1P_2 = 12$$

Luas daerah keseluruhan

$$= \text{luas } PP_1RSP_2Q + \text{luas } PC_1RP_1 + \text{luas } QC_2SP_2$$

$$= \text{luas I} + \text{luas II} + \text{luas III}$$

Luas I

$$= 2 \text{ luas } PP_1P_2Q$$

$$= 2(\text{luas } P_1P_2T + \text{luas } P_1TQP)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{(12)^2 - 6^2} + \sqrt{(12)^2 - 6^2} \cdot 1 \right)$$

$$= 48\sqrt{3}$$

$$\text{luas III} = \frac{360 - 2\alpha}{360} \pi \cdot r_2^2$$

$$= \frac{360 - 120}{360} \pi \cdot 7^2$$

$$= \frac{2 \cdot 49\pi}{3}$$

$$= \frac{98\pi}{3}$$

$$L \text{ II} + L \text{ III} = \frac{99\pi}{3} = 33\pi$$

$$\text{Jadi luas total} = 33\pi + 48\sqrt{3}$$

Pada $\triangle P_1P_2T$,

$$\cos \alpha = \frac{P_2T}{P_1P_2} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

Pada PP_1P_2Q ,

$$\angle P + \angle P_1 + \angle P_2 + \angle Q = 360^\circ$$

$$90^\circ + \beta + \alpha + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\beta = 360^\circ - 180^\circ - \alpha$$

$$= 180^\circ - 60^\circ$$

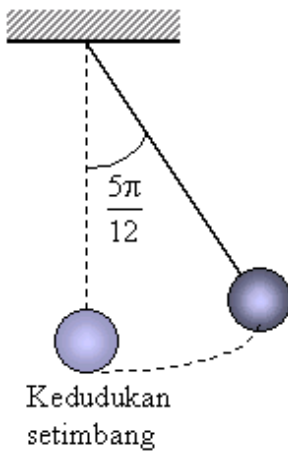
$$= 120^\circ$$

$$L \text{ II} + L \text{ III} = \frac{99\pi}{3} = 33\pi$$

$$\text{Jadi luas total} = 33\pi + 48\sqrt{3}$$

9 . Sebuah ayunan matematik yang panjang talinya 60 cm mulai berayun dari posisi terjauh

dari kedudukan seimbangnya sebesar $\frac{5\pi}{12}$ radial. Posisi terjauh yang dicapainya setiap kali berkurang sebesar $\frac{1}{5}$ posisi sebelumnya. Panjang busur yang dijalani ujung ayunan itu sampai berhenti penuh adalah

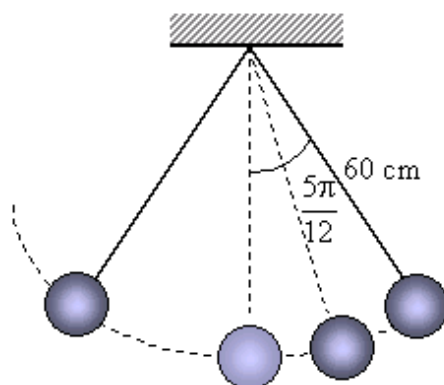


- A . $\frac{125\pi}{4}$ radial
 B . $\frac{250\pi}{4}$ radial
 C . 100π radial

- D . 125π radial
 E . 225π radial

Kunci : E

Penyelesaian :



Lintasan bandul : A - B - C - D -

$$\overline{AB} = \frac{5\pi/12}{2\pi} \cdot 2\pi \overline{PA} = \frac{5\pi}{12} \cdot 60 = 25\pi$$

$$\overline{BC} = \overline{AB} - \frac{1}{5} \cdot \overline{AB} = 25\pi \cdot \frac{4}{5}$$

$$\overline{BD} = \frac{4}{5} \cdot 25\pi \cdot \frac{4}{5} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot 25\pi$$

Jadi terbentuk deret geometri :

$$25\pi, \frac{4}{5} \cdot 25\pi, \left(\frac{4}{5}\right)^2 \cdot 25\pi, \dots \Rightarrow r = \frac{4}{5}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r} = \frac{25\pi}{1-4/5} = 125\pi$$

Tiap lintasan dilalui 2 kali, kecuali AB hanya 1 kali sehingga panjang busur total :

$$S_r = 2S_{\infty} - \overline{AB} = 250\pi - 25\pi = 225\pi$$

10 . Jika $\begin{pmatrix} x-5 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -16 & 5 \end{pmatrix}$ maka

- A . $y = 3x$
 B . $y = 2x$
 C . $y = x$

- D . $y = x/3$
 E . $y = x/2$

Kunci : D

Penyelesaian :

Jika $\begin{pmatrix} x-5 & 4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & y-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -16 & 5 \end{pmatrix}$ maka :

$$(x-5) \cdot 4 + 4 \cdot 2 = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 4x - 20 + 8 &= 0 \rightarrow x = 3 \\ -5 - (-1) + 2(y-1) &= 5 \\ 5 + 2y - 2 &= 5 \rightarrow y = 1 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \Rightarrow 4x - 20 + 8 &= 0 \rightarrow x = 3 \\ -5 - (-1) + 2(y-1) &= 5 \\ 5 + 2y - 2 &= 5 \rightarrow y = 1 \end{aligned}} \right\} y = \frac{1}{3}x$$