

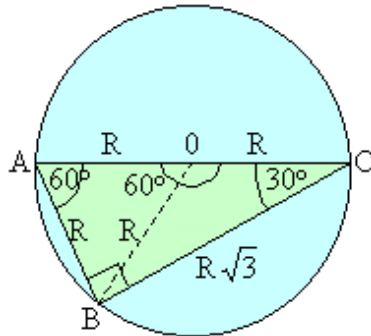
1. A, B, C terletak pada busur sebuah lingkaran $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ dan $AB : BC = 1 : \sqrt{3}$. Jika busur AB adalah π , maka keliling segitiga itu

- A. $1 + \sqrt{3}$ D. $(3 + \sqrt{3})\sqrt{3}$
 B. $3 + \sqrt{3}$ E. $3(3 + \sqrt{3})$
 C. $7 + \sqrt{3}$

Kunci : E

Penyelesaian :

Perhatikan gambar di bawah ini !



$$\left. \begin{array}{l} \angle ABC = \frac{\pi}{2} \\ AB : BC = 1 : \sqrt{3} \end{array} \right\} \Delta ABC \text{ merupakan segi tiga siku - siku di B} \\ \text{dengan } \angle CAB = 60^\circ \text{ dan } \angle ACB = 30^\circ$$

Karena titik B yang merupakan terletak pada lingkaran $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ maka AC merupakan diameter lingkaran. Jadi $AC = 2R$.

Pada segitiga $ABC \rightarrow AB : BC : AC = 1 : \sqrt{3} : 2 = R : R\sqrt{3} : 2R$ jadi :
 $AB = R$

$$\left. \begin{array}{l} AB = R \\ AO = R \\ OB = R \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{maka : } \Delta ABO \text{ sama sisi} \\ \text{jadi : } \angle AOB = 60^\circ \\ \text{sehingga : } \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \end{array}$$

$$\frac{\text{busur AB}}{\angle AOB} = \frac{\text{busur BC}}{\angle BOC} \Leftrightarrow \frac{\pi}{60^\circ} = \frac{\text{busur BC}}{120^\circ} \Rightarrow \text{busur BC} = \frac{120^\circ}{60^\circ} \times \pi = 2\pi$$

$$\begin{aligned} \text{Busur AC} &= \text{busur AB} + \text{busur BC} \\ &= \pi + 2\pi = 3\pi \end{aligned}$$

Jadi : keliling lingkaran = $2 \times \text{busur AC}$

$$2\pi R = 6\pi$$

$$\text{atau : } R = \frac{6\pi}{2\pi} = 3$$

$$AB : BC : AC = R : R\sqrt{3} : 2R = 3 : 3\sqrt{3} : 6$$

$$\begin{aligned} \text{Keliling segitiga} &= AB + BC + AC \\ &= 3 + 3\sqrt{3} + 6 = 3(3 + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

2. Himpunan penyelesaian pertaksamaan $|x^2 - x - 1| > 1$ adalah

- A. $\{x | x < -1\} \cup \{x | -1 < x < 1\} \cup \{x | x > 1\}$
 B. $\{x | x < -1\} \cup \{x | 0 < x < 2\} \cup \{x | x > 2\}$
 C. $\{x | x < -1\} \cup \{x | -1 < x < 1\} \cup \{x | x > 2\}$

D . $\{x \mid x < -1\} \cup \{x \mid 0 < x < 1\} \cup \{x \mid x > 1\}$

E . $\{x \mid x < -1\} \cup \{x \mid 0 < x < 1\} \cup \{x \mid x > 2\}$

Kunci : E

Penyelesaian :

Pertaksamaan : $|x^2 - x - 1| > 1$, merupakan pertaksamaan yang kompak dan dapat diuraikan menjadi :

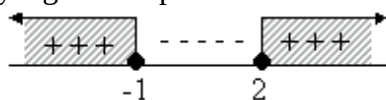
(1) $x^2 - x - 1 > 1$ dan (2) $x^2 - x - 1 < -1$

Penyelesaian pertaksamaan (1) :

$$x^2 - x - 1 > 1 \rightarrow x^2 - x - 2 > 0$$

$$\rightarrow (x - 2)(x + 1) > 0$$

yang akan diperoleh : $x < -1$ dan $x > 2$



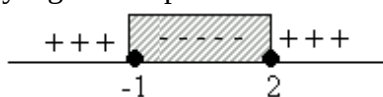
Penyelesaian pertaksamaan (2) :

$$x^2 - x < 1$$

$$x^2 - x < 1 - 1$$

$$x(x - 1) < 0$$

yang akan diperoleh : $0 < x < 1$



Jadi himpunan penyelesaiannya adalah :

$$\{x \mid x < -1\} \cup \{x \mid 0 < x < 1\} \cup \{x \mid x > 2\}$$

- 3 . Nilai x yang memenuhi persamaan $\cos x + \sin x = \sqrt{\frac{6}{2}}$ dapat dihitung dengan

mengubahnya ke persamaan yang berbentuk $\cos (x - \alpha) = a$. Diantara nilai-nilai tersebut adalah

A . $\frac{\pi}{24}$

D . $\frac{\pi}{8}$

B . $\frac{\pi}{15}$

E . $\frac{\pi}{6}$

C . $\frac{\pi}{12}$

Kunci : C

Penyelesaian :

Dari persamaan :

$$\cos x + \sin x = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{kita dapatkan : } a = 1, b = 1 \text{ dan } c = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a} = 1 \longrightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$k = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

Jadi :

$$k \cos(x - \alpha) = c \rightarrow \cos(x - \alpha) = \frac{c}{k}$$

$$\cos(x - 45^\circ) = \cos 30^\circ$$

$$\text{sehingga : } x - 45^\circ = \pm 30^\circ + k \cdot 360^\circ$$

untuk $k = 0$

$$x - 45^\circ = \pm 30^\circ$$

$$\text{Jadi : } x_1 = 75^\circ = \frac{5\pi}{12}$$

$$x_2 = 15^\circ = \frac{\pi}{12}$$

4. Jika $ad \neq bc$ dan dari sistem persamaan :

$$\begin{cases} x = ax' + by' \\ y = cx' + dy' \end{cases} \text{ dapat dihitung menjadi}$$

$$\begin{cases} x' = px + qy \\ y' = rx + sy \end{cases}, \text{ maka } \begin{pmatrix} g & h \\ m & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$$

$$\text{A. } \begin{pmatrix} t & -h \\ -m & g \end{pmatrix}$$

$$\text{D. } \begin{pmatrix} g & h \\ m & t \end{pmatrix}$$

$$\text{B. } \begin{pmatrix} -g & h \\ m & -t \end{pmatrix}$$

$$\text{E. } \begin{pmatrix} -g & -h \\ -m & -t \end{pmatrix}$$

$$\text{C. } \begin{pmatrix} t & m \\ h & g \end{pmatrix}$$

Kunci : D

Penyelesaian :

$$ad \neq bc$$

$\begin{cases} x = ax' + by' \\ y = cx' + dy' \end{cases}$ dapat dituliskan dalam bentuk matriks, sbb :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

$\begin{cases} x' = px + qy \\ y' = rx + sy \end{cases}$ dapat dituliskan dalam bentuk matriks, sbb :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

Dengan mensubstitusikan (1) ke (2), didapat :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$

ruas kiri = ruas kanan, maka :

$$1 = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Jadi :

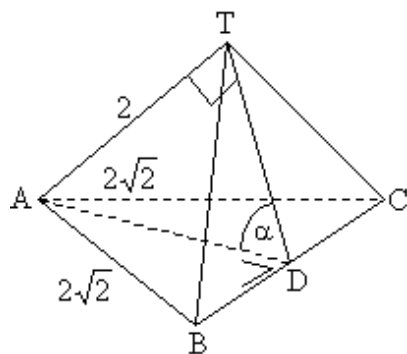
$$\begin{pmatrix} g & h \\ m & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g & h \\ m & t \end{pmatrix} (1) = \begin{pmatrix} g & h \\ m & t \end{pmatrix}$$

- 5 . Rusuk TA, TB, TC pada bidang empat T.ABC saling tegak lurus pada T. $AB = AC = 2\sqrt{2}$ dan $AT = 2$. Jika α adalah sudut antara bidang ABC dan bidang TBC, maka $\text{tg } \alpha$

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| A . $\sqrt{2}$ | D . $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| B . $\sqrt{3}$ | |
| C . $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | E . $\frac{\sqrt{6}}{2}$ |

Kunci : A

Penyelesaian :



Dari soal diketahui bahwa :

$$(1) AB = AC = 2\sqrt{2}$$

$$AT = 2$$

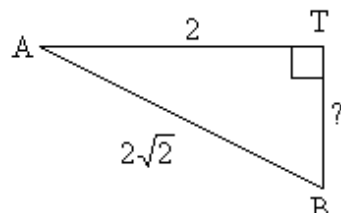
$$(2) TA \perp TB \perp TC$$

berarti $TA \perp$ bidang TBC sehingga

TA juga $\perp TD$

jadi $\triangle ATD$ siku – siku di T .

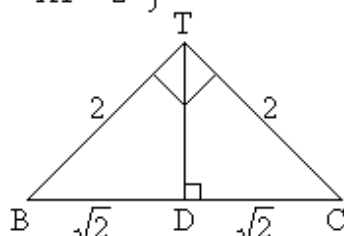
Perhatikan $\triangle ATD$



$$\left. \begin{array}{l} TA \perp TB \\ AB = 2\sqrt{2} \\ AT = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} TB = \sqrt{AB^2 - AT^2} \\ = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (2)^2} \\ = 2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} TA \perp TC \\ AC = 2\sqrt{2} \\ AT = 2 \end{array} \right\} \text{analog } TC = 2$$

Perhatikan $\triangle TBC$, di mana $\angle T = 90^\circ$

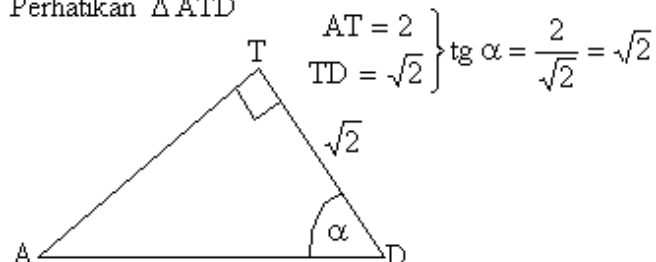


$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{TB^2 + TC^2} \\ &= \sqrt{2^2 + 2^2} \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Perhatikan $\triangle TBD$, $\angle D = 90^\circ$

$$\left. \begin{array}{l} BD = CD = \sqrt{2} \\ TB = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} TD = \sqrt{TB^2 - BD^2} \\ = \sqrt{4 - 2} = \sqrt{2} \end{array}$$

Perhatikan $\triangle ATD$



6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{1 - \cos 4x} = \dots\dots\dots$

A. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

E. $-\frac{3}{8}$

C. $\frac{3}{2}$

Kunci : A

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{1 - \cos 4x} =$$

Dengan menggunakan nL'Hospital didapat :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 3x}{1 - \cos 4x} &= \frac{0}{0} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + 3x \cos 3x}{4 \sin 4x} = \frac{0}{0} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos 3x + 3 \cos 3x - 9x \sin 3x}{16 \cos 4x} \\ &= \frac{3 + 3 - 0}{16} = \frac{3}{8} \end{aligned}$$

7. Diketahui vektor $\vec{u} = (2, -1, 1)$ dan $\vec{v} = (-1, 1, -1)$.

Vektor $\vec{w}$ yang panjangnya 1, tegak lurus pada $\vec{u}$ dan

tegak lurus pada $\vec{v}$ adalah

A. $(0, 0, 1)$

B. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

C. $(0, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

D. $(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

E. $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$

Kunci : B

Penyelesaian :

Misalkan vektor $w(x, y, z)$

$$\left. \begin{aligned} \vec{u} &= (2, -1, 1) \\ \vec{w} &= (x, y, z) \end{aligned} \right\} \vec{w} \perp \vec{u} \rightarrow \vec{w} \cdot \vec{u} = 0 \text{ atau :}$$

$$2x - y + z = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{v} &= (-1, 1, -1) \\ \vec{w} &= (x, y, z) \end{aligned} \right\} \vec{w} \perp \vec{v} \rightarrow \vec{w} \cdot \vec{v} = 0 \text{ atau :}$$

$$-x + y - z = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$2x - y + z = 0$$

$$-x + y - z = 0 \quad +$$

$$x = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$(3) \rightarrow (1) \text{ didapat } -y + z = 0 \text{ atau } y = z$$

$$\text{Jadi : } \vec{w} = (0, y, z)$$

$$\text{Panjang } \overline{w} = 1 \rightarrow 1 = \sqrt{0^2 + y^2 + 2^2}$$

$$1 = \sqrt{y^2 + z^2} \rightarrow y^2 + z^2 = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} y^2 + z^2 = 1 \\ y = z \end{array} \right\} \begin{array}{l} y^2 + y^2 = 1 \\ 2y^2 = 1 \rightarrow y^2 = \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\text{Jadi : } y = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

untuk :

$$y = \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow z = \frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow \text{maka } \overline{w} = (0, \frac{1}{2}\sqrt{2}, \frac{1}{2}\sqrt{2})$$

$$y = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow z = -\frac{1}{2}\sqrt{2} \rightarrow \text{maka } \overline{w} = (0, -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$$

- 8 . Dua buah roda gigi, masing-masing berjari-jari 90 cm dan 30 cm. Kedua roda gigi ini terletak bersinggungan dan dikelilingi dengan erat oleh sebuah rantai. Panjang rantai tersebut adalah

A . $20 (8\pi + 6\sqrt{3})$ cm

B . $20 (7\pi + 6\sqrt{3})$ cm

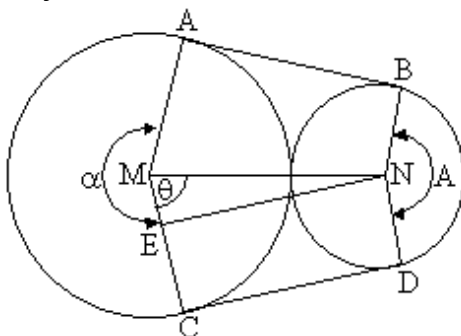
C . $20 (6\pi + 6\sqrt{3})$ cm

D . $20 (5\pi + 6\sqrt{3})$ cm

E . $20 (4\pi + 6\sqrt{3})$ cm

Kunci : B

Penyelesaian :



Jari-jari lingkaran besar = RM = MC = 90 cm

Jari-jari lingkaran kecil = RN = BN = 30 cm

Panjang rantai yang erat mengelilingi kedua lingkaran adalah =

Busur besar AC + panjang CD + busur kecil BD + panjang BA

(1) Mencari panjang CD dan BA

Perhatikan $\triangle MNE$

$$ME = MC - ND = (90 - 30) \text{ cm} = 60 \text{ cm}$$

$$CD = EN = \sqrt{MN^2 - ME^2} \\ = \sqrt{120^2 - 60^2} = 60\sqrt{3}$$

$$\text{Jadi } CD = BA = 60\sqrt{3} \text{ cm}$$

(2) Mencari panjang busur besar AC

Perhatikan kembali $\triangle MNE$

$$\text{tg } \theta = \frac{EN}{ME} = \frac{60\sqrt{3}}{60} = \sqrt{3} \rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$\text{busur besar AC } (= \sqrt{\alpha}) \quad 360^\circ - \angle AMC \\ = 360^\circ - 2(60^\circ) = 240^\circ$$

Panjang busur besar AC :

$$= \frac{240^\circ}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran} = \frac{2}{3} \times 2\pi R_{\text{besar}}$$

$$= \frac{2}{3} \times 2\pi \cdot (90) = 120\pi$$

(3) Mencari panjang busur kecil BD

Perhatikan lingkaran N.

$$\angle BND = \angle AMC = 120^\circ$$

Panjang busur kecil BD ($= \angle \beta$) :

$$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \text{keliling lingkaran kecil}$$

$$= \frac{1}{3} \times 2\pi R_{\text{kecil}}$$

$$= \frac{1}{3} \times 2\pi \cdot (30) = 20\pi$$

Jadi panjang rantai yang erat

mengelilingi kedua lingkaran :

$$= (120\pi + 60\sqrt{3} + 20\pi + 60\sqrt{3}) \text{ cm}$$

$$= (140\pi + 120\sqrt{3}) \text{ cm}$$

$$= 20(7\pi + 6\sqrt{3}) \text{ cm}$$

9. Diketahui persamaan kuadrat $x^2 + px + q = 0$ dengan p dan q bilangan real konstan... Jika x_1 dan x_2 merupakan akar-akar dari persamaan tersebut, maka...

A . $p^2 - 4q > 0$

B . $p^2 - 4q < 0$

C . $p^2 - 4q = 0$

D . $p = 0, q \neq 0$

E . $q = 0, p \neq 0$

Kunci : D

Penyelesaian :

Persamaan : $x^2 + px + q = 0$

di mana :

(1) p dan q bilangan real konstan

(2) x_1 dan x_2 merupakan deret hitung

Jadi bila kita lihat deretnya, maka $(x_1 + x_2) - x_1 = x_2 - (x_1 + x_2)$

$$x_2 = -x_1$$

$$\text{atau : } \left. \begin{array}{l} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = -p \end{array} \right\} -p = 0 \rightarrow p = 0$$

Karena $p = 0$, maka persamaan semula dapat ditulis menjadi :

$$x^2 + (0)x + q = 0$$

$$x^2 + q = 0 \rightarrow \text{kemungkinan (1) : } q = 0$$

$$\text{kemungkinan (2) } q \neq 0$$

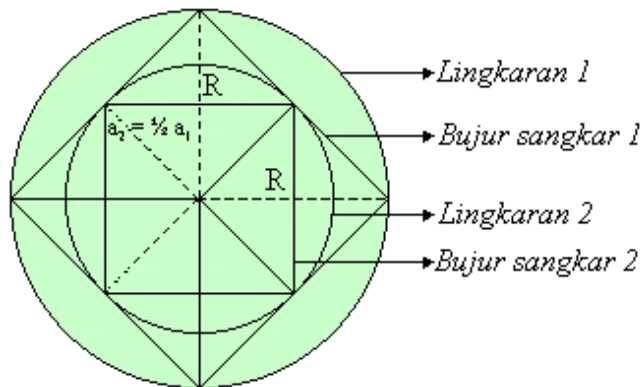
10. Diberikan lingkaran L_1 dengan jari-jari R di dalam L_1 dibuat bujur sangkar B_1 dengan keempat titik sudutnya terletak pada busur L_1 . Dalam L_1 dibuat pula lingkaran L_2 yang menyinggung keempat sisi bujur sangkar tersebut. Dalam L_2 dibuat pula lingkaran B_2 dengan keempat titik sudutnya terletak pada busur L_2 . Demikian seterusnya sehingga diperoleh lingkaran-lingkaran $L_1, L_2, L_3, \dots$ dan bujur sangkar-bujur sangkar $B_1, B_2, B_3, \dots$. Jumlah luas seluruh lingkaran dan seluruh bujur sangkar adalah

- A . $2 (\pi + 2) R^2$
 B . $(\pi + 2) R^2 \sqrt{2}$
 C . $(\pi + 2) R^2$

- D . $(\pi + \sqrt{2}) R^2$
 E . $(\pi + 2) R^2 \sqrt{2}$

Kunci : A

Penyelesaian :



- Lingkaran I :

$$\text{luas } L_1 = \pi R^2$$

- Bujur sangkar 1 :

$$\text{sisi bujur sangkar} = R\sqrt{2}$$

$$\text{Luas bujur sangkar } (B_1) = (R\sqrt{2})^2 = 2R^2$$

- Luas lingkaran 2 :

$$\text{jari-jari} = \frac{1}{2} (\text{bujur sangkar}) ;$$

$$= \frac{1}{2} a_1$$

$$= \frac{1}{2} \cdot R\sqrt{2}$$

$$\text{Luas lingkaran 2} = \pi R_2^2 = \pi \left(\frac{1}{2} R\sqrt{2}\right)^2$$

- Bujur sangkar 2

$$\text{sisi bujur sangkar 2} = R$$

$$\text{luas bujur sangkar } (B_2) = R^2$$

- Jumlah luas seluruh lingkaran :

$$L_{\text{total}} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$$

$$= \pi R^2 + \frac{1}{2} \pi R^2 + \frac{1}{4} \pi R^2 + \dots$$

$$L_{\text{total}} = \frac{\pi R^2}{1 - \frac{1}{2}} = 2\pi R^2$$

- Jumlah luas seluruh bujur sangkar :

$$B_{\text{total}} = B_1 + B_2 + B_3 + \dots$$

$$= R^2 + R^2 + \frac{1}{2} R^2 + \dots$$

$$B_{\text{total}} = \frac{2R^2}{1 - \frac{1}{2}} = 4R^2$$

$$L_{\text{total}} + B_{\text{total}} = 2\pi R^2 + 4R^2 = 2(\pi + 2)R^2$$