

Soal-soal dan Pembahasan Matematika Dasar SNMPTN 2006

1. Jika $a > 0$, $b > 0$ dan $a \neq b$ maka $\frac{(a+b)^{-1}(a^{-2}-b^{-2})}{(a^{-1}+b^{-1})(ab^{-1}-a^{-1}b)} =$

A. $\frac{-1}{(a+b)^2}$

C. $\frac{-ab}{(a+b)^2}$

E. ab

B. $(a+b)^2$

D. $\frac{ab}{a+b}$

Jawab:

$$\begin{aligned} \frac{(a+b)^{-1}(a^{-2}-b^{-2})}{(a^{-1}+b^{-1})(ab^{-1}-a^{-1}b)} &= \frac{\left(\frac{1}{a+b}\right)\left(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{b^2}\right)}{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{a+b}\right)\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}{\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)} \\ &= \frac{\left(\frac{1}{a+b}\right)\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{b}\right)}{\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{a(a+b)}\right)-\left(\frac{1}{b(a+b)}\right)}{\left(\frac{a^2-b^2}{ab}\right)} \\ &= \left(\frac{b-a}{ab(a+b)}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a^2-b^2}\right) = \frac{b-a}{(a+b)(a^2-b^2)} \\ &= \frac{-(a-b)}{(a+b)(a-b)(a+b)} = \frac{-1}{(a+b)^2} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

2. Jika $p = (x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}})$ dan $q = (x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})(x - x^{\frac{1}{3}})$, maka $\frac{p}{q} = \dots$

A. $\sqrt[3]{x}$

C. x

E. $x \sqrt[3]{x^2}$

B. $\sqrt[3]{x^2}$

D. $x \sqrt[3]{x}$

Jawab:

$$\frac{p}{q} = \frac{(x^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}})}{(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})(x - x^{\frac{1}{3}})} = \frac{x(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}})}{(x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}})x^{\frac{2}{3}}(x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{1}{3}})}$$

$$= \frac{x}{x^{\frac{2}{3}}} = x^{\frac{3}{3} - \frac{2}{3}} = x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$$

Jawabannya adalah A

3. Grafik $y = \frac{3}{x} - 2x$ terletak di atas garis $y = x$ untuk x yang memenuhi
- A. $x < -1$ C. $x < -1$ atau $x > 1$ E. $-1 < x < 0$ atau $x > 1$
- B. $-1 < x < 1$ D. $x < -1$ atau $0 < x < 1$

Jawab:

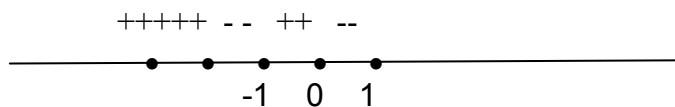
$$y_1 = \frac{3}{x} - 2x ; y_2 = x$$

y_1 terletak di atas y_2 maka $y_1 > y_2$

$$\begin{aligned} \frac{3}{x} - 2x &> x \\ \Leftrightarrow \frac{3}{x} - 2x - x &> 0 \quad \Leftrightarrow \frac{3}{x} - 3x > 0 \\ \Leftrightarrow \frac{3 - 3x^2}{x} &> 0 \quad \Leftrightarrow \frac{3(1 - x^2)}{x} > 0 \\ \Leftrightarrow \frac{3(1 - x)(1 + x)}{x} &> 0 \end{aligned}$$

pembuat nol:

$x = 1$ atau $x = -1$ ($x = 0$ sebagai batas)



nilai > 0 (+++) terletak pada daerah $x < -1$ atau $0 < x < 1$

Jawabannya adalah D

4. Jika x_1 dan x_2 akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - 3x + 1 = 0$, maka persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 + \frac{1}{x_1}$ dan $x_2 + \frac{1}{x_2}$ adalah
- A. $x^2 + 9x - 6 = 0$
- B. $x^2 - 6x - 6 = 0$
- C. $x^2 - 6x + 9 = 0$
- D. $x^2 + 6x + 9 = 0$
- E. $x^2 - 6x - 9 = 0$

Jawab:

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{1} = 3 ; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 1$$

Rumus Persamaan Kuadrat yang akar-akarnya x_1 dan x_2 adalah $x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 x_2 = 0$
atau $x^2 - (\text{akar 1} + \text{akar 2})x + \text{akar 1} \cdot \text{akar 2} = 0$

persamaan kuadrat yang akar-akarnya $x_1 + \frac{1}{x_1}$ dan $x_2 + \frac{1}{x_2}$

$$\text{akar 1} + \text{akar 2} = x_1 + \frac{1}{x_1} + x_2 + \frac{1}{x_2}$$

$$= (x_1 + x_2) + \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) = (x_1 + x_2) + \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = 3 + \frac{3}{1} = 6$$

$$\text{akar 1} \cdot \text{akar 2} = \left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right) \left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right) = x_1 \cdot x_2 + \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{1}{x_1 x_2}$$

$$= x_1 \cdot x_2 + \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_2 x_1} + \frac{1}{x_1 x_2}$$

$$= x_1 \cdot x_2 + \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_2 x_1} + \frac{1}{x_1 x_2}$$

$$= 1 + \frac{3^2 - 2 \cdot 1}{1} + 1 = 1 + 7 + 1 = 9$$

sehingga persamaan kuadratnya adalah:

$$x^2 - (\text{akar 1} + \text{akar 2})x + \text{akar 1} \cdot \text{akar 2} = 0$$

$$= x^2 - 6x + 9 = 0$$

Jawabannya adalah C

5. Jika garis $h : y = ax + 1$ dan $g : y = 2x - 1$ berpotongan tegak lurus di titik A, maka koordinat A adalah....

A. (1, 1)

C. $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$

E. (-1, -3)

B. $(\frac{1}{2}, 0)$

D. $(1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2})$

Jawab:

$$\text{gradien garis } h = m_h = a$$

$$\text{gradien garis } g = m_g = 2$$

berpotongan $\perp$ di titik A maka $m_h \cdot m_g = -1$

$$a \cdot 2 = -1$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

titik potongnya :

$$h = g$$

$$-\frac{1}{2}x + 1 = 2x - 1$$

$$-\frac{5}{2}x = -2$$

$$x = \frac{2 \cdot 2}{5} = \frac{4}{5}$$

$$y = 2x - 1$$

$$= 2 \cdot \frac{4}{5} - 1 = \frac{8-5}{5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{titik A } \left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$$

Jawabannya adalah C

6. Garis g melalui titik (8, 28) dan memotong parabola $y = 3x^2 + x - 10$ di titik A dan B. Jika A (2, 4) dan B (x, y), maka $x + y = \dots$

A. -6

C. -8

E. -10

B. -7

D. -9

Jawab:

Garis g melalui titik (8, 28) dan A (2, 4)

persamaan garisnya:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 28}{4 - 28} = \frac{x - 8}{2 - 8} \Leftrightarrow -6(y - 28) = -24(x - 8)$$

$$\Leftrightarrow y - 28 = 4(x - 8)$$

$$\Leftrightarrow y - 28 = 4x - 32$$

$$\Leftrightarrow y = 4x - 4$$

titik potong garis g dan parabol :

$$4x - 4 = 3x^2 + x - 10$$

$$3x^2 + x - 10 - 4x + 4 = 0$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$x = 2 \text{ dan } x = -1$$

$$\text{untuk } x = 2 \rightarrow y = 4x - 4 = 4 \cdot 2 - 4 = 4$$

titik potongnya (2,4)

$$\text{untuk } x = -1 \rightarrow y = 4 \cdot -1 - 4 = -4 - 4 = -8$$

titik potongnya (-1, -8) $\rightarrow$ titik B dimana $x = -1$ dan $y = -8$

$$\text{maka } x + y = -1 + (-8) = -9$$

Jawabannya adalah D

7. Solusi pertaksamaan $2x^2 + 3x - 9 \leq 0$ yang bukan solusi dari pertaksamaan $2x^2 - x - 10 \geq 0$ adalah....

A. $-3 < x < -2$

C. $1 \frac{1}{2} \leq x < 2 \frac{1}{2}$

E. $x \leq -2$ atau $x \geq 2 \frac{1}{2}$

B. $-3 \leq x \leq 1 \frac{1}{2}$

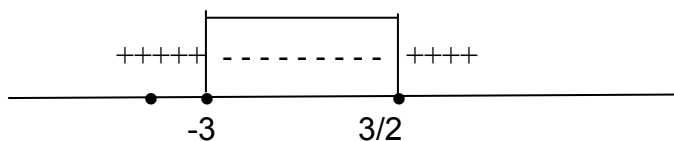
D. $-2 < x \leq 1 \frac{1}{2}$

Jawab:

$$2x^2 + 3x - 9 \leq 0$$

$$(2x - 3)(x + 3) \leq 0$$

$$\text{pembuat nol : } x = \frac{3}{2} \text{ atau } x = -3$$

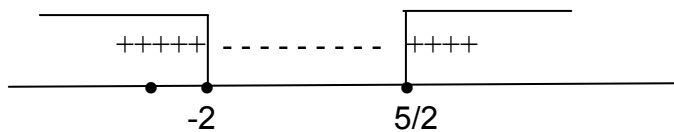


$$HP = \left\{ -3 \leq x \leq \frac{3}{2} \right\}$$

$$2x^2 - x - 10 \geq 0$$

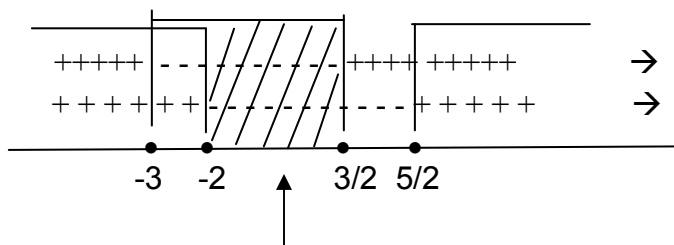
$$(2x - 5)(x + 2) \geq 0$$

pembuat nol : $x = \frac{5}{2}$ atau $x = -2$



$$HP = \{ x \leq -2 \text{ atau } x \geq \frac{5}{2} \}$$

Solusi pertaksamaan $2x^2 + 3x - 9 \leq 0$ yang bukan solusi dari pertaksamaan $2x^2 - x - 10 \geq 0$ terlihat pada garis bilangan .



$$\begin{aligned} \rightarrow 2x^2 + 3x - 9 \leq 0 &\rightarrow \text{bertanda } - \\ \rightarrow 2x^2 - x - 10 \geq 0 &\rightarrow \text{bertanda } + \end{aligned}$$

$$HP = \{ -2 < x \leq \frac{3}{2} \}$$

Jawabannya adalah D

8. Grafik $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 7$ turun untuk x yang memenuhi....

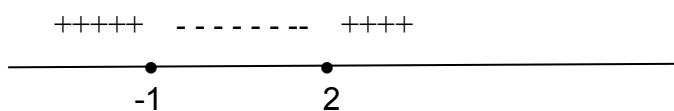
- A. $x > 2$
- B. $-1 < x < 2$
- C. $-3 < x < -1$
- D. $x < -1$ atau $x > 2$
- E. $x < -3$ atau $x > 1$

Jawab:

grafik turun apabila $y' < 0$

$$\begin{aligned} 6x^2 - 6x - 12 &< 0 \\ \Leftrightarrow x^2 - x - 2 &< 0 \\ (x - 2)(x + 1) &< 0 \end{aligned}$$

pembuat nol adalah $x = 2$ atau $x = -1$



$$HP = \{ -1 < x < 2 \}$$

Jawabannya adalah B

9. Jika $f(x) = \sin^2 3x$, maka $\lim_{p \rightarrow 0} \frac{f(x+2p) - f(x)}{2p}$

- A. $2 \cos 3x$
B. $2 \sin 3x$

- C. $6 \sin^2 x$
D. $6 \sin 3x \cos 3x$

- E. $6 \cos^2 x$

Jawab:

Jika $y = f(x)$, maka turunan pertamanya dinotasikan dengan $y' = \frac{dy}{dx} = f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

identik dengan $\lim_{p \rightarrow 0} \frac{f(x+2p) - f(x)}{2p} \rightarrow f'(x)$

$$f(x) = \sin^2 3x \rightarrow f'(x) = 2 \sin 3x \cdot 3 \cdot \cos 3x \\ = 6 \sin 3x \cos 3x$$

Jawabannya adalah D

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(1-x)}{x^3 - 1} = \dots$

A. $\frac{1}{3}$

C. 1

E. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{3}$

D. -1

Jawab:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(1-x)}{x^3 - 1} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{bentuk tak tentu, dapat dipecahkan dengan menggunakan teorema}$$

L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(1-x)}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sec^2(1-x) \cdot (-1)}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-\frac{1}{\cos^2(1-x)}}{3x^2} = \frac{-\frac{1}{\cos^2 0}}{3 \cdot 1^2} = \frac{-\frac{1}{1^2}}{3 \cdot 1^2} = -\frac{1}{3}$$

Jawabannya adalah B

11. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x}(x-7)}{\sqrt{x} - \sqrt{7}} =$

A. 14

C. $2\sqrt{7}$

E. $\frac{1}{2} \sqrt{7}$

B. 7

D. $\sqrt{7}$

Jawab:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x}(x-7)}{\sqrt{x}-\sqrt{7}} &= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x}(x-7)}{\sqrt{x}-\sqrt{7}} \frac{\sqrt{x}+\sqrt{7}}{\sqrt{x}+\sqrt{7}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{7})(x-7)}{x-7} = \lim_{x \rightarrow 7} \sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{7}) \\ &= \sqrt{7}(\sqrt{7}+\sqrt{7}) = \sqrt{7}(2\sqrt{7}) = 2 \cdot 7 = 14\end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

12. Jika $\tan x = -\frac{2}{3}$, maka $\frac{5 \sin x + 6 \cos x}{2 \cos x - 3 \sin x} =$

A. $-1\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{3}$

E. $1\frac{1}{6}$

B. $-\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

Jawab:

Agar $\frac{5 \sin x + 6 \cos x}{2 \cos x - 3 \sin x}$ berhubungan dengan $\tan x = -\frac{2}{3}$, bagi pembilang dan penyebutnya dengan $\cos x$

$$\begin{aligned}\frac{5 \sin x + 6 \cos x}{2 \cos x - 3 \sin x} &= \frac{5 \frac{\sin x}{\cos x} + 6 \frac{\cos x}{\cos x}}{2 \frac{\cos x}{\cos x} - 3 \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{5 \tan x + 6}{2 - 3 \tan x} = \frac{5(-\frac{2}{3}) + 6}{2 - 3(-\frac{2}{3})} = \frac{-\frac{10}{3} + 6}{2 + 2} = \frac{\frac{18-10}{3}}{2+2} \\ &= \frac{\frac{8}{3}}{4} = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

13. Jika sudut lancip α memenuhi $\sin \alpha = \frac{1}{3} \sqrt{3}$, maka $\tan (\frac{1}{2} \pi - \alpha) + 3 \cos \alpha = \dots$

A. $3\sqrt{2} - \sqrt{3}$

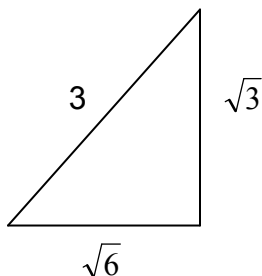
C. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$

E. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

B. $3\sqrt{2} + \sqrt{3}$

D. $\sqrt{6} - \sqrt{2}$

Jawab:



$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{y}{r} \rightarrow x = \sqrt{r^2 - y^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{6}}{3} ; \tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$$

$$\tan\left(\frac{1}{2}\pi - \alpha\right) + 3 \cos \alpha = \cotan \alpha + 3 \cos \alpha \quad ; \quad \tan\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right) = \cotan \theta$$

$$= \frac{1}{\tan \alpha} + 3 \cos \alpha$$

$$= \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}} + 3 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} + \sqrt{6} = \sqrt{\frac{6}{3}} + \sqrt{6} = \sqrt{2} + \sqrt{6}$$

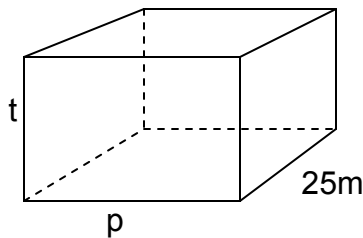
Jawabannya adalah C

14. Dari kawat yang panjangnya 500 meter akan dibuat kerangka balok yang salah satu rusuknya 25 meter. Jika volume baloknya maksimum, maka panjang dua rusuk yang lain adalah...

- A. 10 meter dan 90 meter
- B. 15 meter dan 85 meter
- C. 25 meter dan 75 meter

- D. 40 meter dan 60 meter
- E. 50 meter dan 5 meter

Jawab:



misal $\ell = 25 \text{ m}$; dicari p dan t = ...?

$$\begin{aligned} 4(p+t+25) &= 500 \\ 4p + 4t + 100 &= 500 \\ 4p + 4t &= 400 \\ p + t &= 100 \\ p &= 100 - t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V = p \cdot \ell \cdot t &= (100 - t) \cdot 25 \cdot t \\ &= 2500t - 25t^2 \end{aligned}$$

Volume maksimum bila $V' = 0$

$$\begin{aligned} V' &= 2500 - 50t = 0 \\ 2500 &= 50t \\ t &= 50 \end{aligned}$$

$$p = 100 - t = 100 - 50 = 50$$

didapat p = 50 m dan t = 50 m

Jawabannya adalah E

15. Jika ${}^4\log 6 = m + 1$, maka ${}^9\log 8 = \dots$

A. $\frac{3}{2m+4}$

C. $\frac{3}{4m-2}$

E. $\frac{3}{2m+2}$

B. $\frac{3}{4m+2}$

D. $\frac{3}{2m-4}$

Jawab:

$${}^4\log 6 = {}^4\log 2 \cdot 3 = {}^4\log 2 + {}^4\log 3 = {}^4\log \sqrt{4} + {}^4\log 3$$

$$= {}^4\log 4^{\frac{1}{2}} + {}^4\log 3 = \frac{1}{2} {}^4\log 4 + {}^4\log 3$$

$$= \frac{1}{2} + {}^4\log 3 = m + 1 \rightarrow {}^4\log 3 = m + 1 - \frac{1}{2} = m + \frac{1}{2}$$

$${}^9\log 8 = \frac{{}^4\log 8}{{}^4\log 9} = \frac{{}^4\log 2 \cdot 4}{{}^4\log 3^2} = \frac{{}^4\log 2 + {}^4\log 4}{{}^4\log 3}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} + 1}{2(m + \frac{1}{2})} = \frac{\frac{3}{2}}{2(m + \frac{1}{2})} = \frac{3}{4(m + \frac{1}{2})} = \frac{3}{4m + 2}$$

Jawabannya adalah B

16. Jika jumlah n suku pertama deret aritmetika adalah $S_n = 2n^2 + 3n$, maka beda deretnya adalah...

A. 2

C. 4

E. 6

B. 3

D. 5

Jawab:

deret aritmetika : $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$

$$\text{beda} = U_2 - U_1 = U_n - U_{n-1}$$

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

$$\begin{aligned} S_1 &= U_1 \\ &= 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 = 5 \end{aligned}$$

$$S_2 = U_1 + U_2 = 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 = 14$$

$$\begin{aligned}
 5 + U_2 &= 14 \\
 U_2 &= 14 - 5 \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

$$\text{beda} = U_2 - U_1 = 9 - 5 = 4$$

Jawabannya adalah C

17. Dalam babak penyisihan suatu turnamen, 25 pecatur satu sama lain bertanding satu kali. Banyaknya pertandingan yang terjadi adalah....

- | | | |
|--------|--------|--------|
| A. 150 | C. 200 | E. 300 |
| B. 180 | D. 270 | |

Jawab:

pecatur 1 vs pecatur 2 = pecatur 2 vs pecatur 1 → kombinasi

$$n = 25 ; r = 2$$

$$C_2^{25} = \frac{25!}{2!(25-2)!} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23!}{2 \cdot 23!} = 25 \cdot 12 = 300 \text{ pertandingan}$$

Jawabannya adalah E

18. Pada deret geometri $U_1 + U_2 + \dots$, jika $U_1 = x^{-2}$, $U_5 = x^2$, dan $U_9 = 64$, maka $U_7 = \dots$

- | | | |
|------------------|-------|-------|
| A. -16 | C. 8 | E. 32 |
| B. $\frac{1}{2}$ | D. 16 | |

Jawab:

$$U_1 = x^{-2} = a$$

$$U_5 = a \cdot r^{5-1} = x^{-2} \cdot r^4 = x^2$$

$$r^4 = \frac{x^2}{x^{-2}} = x^2 \cdot x^2 = x^4$$

$$r = x$$

$$U_9 = 64 = ar^{9-1} = ar^8 = x^{-2} \cdot x^8 = x^6 = 64$$

$$x = 2$$

$$U_7 = ar^6 = x^{-2} \cdot x^6 = x^4 = 2^4 = 16$$

Jawabannya adalah D

19. Jika x_1 dan x_2 solusi persamaan $3 \cdot 9^x + 9^{1-x} = 28$, maka $x_1 + x_2 = \dots$

A. $-\frac{1}{2}$

B. 0

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

E. $1\frac{1}{2}$

Jawab:

$$3 \cdot 9^x + 9^{1-x} = 28 \rightarrow \text{kalikan dengan } 9^x$$

$$3 \cdot 9^{2x} + 9 = 28 \cdot 9^x \rightarrow \text{misal } 9^x = y$$

$$3 \cdot y^2 + 9 = 28y$$

$$3 \cdot y^2 - 28y + 9 = 0$$

$$(3y - 1)(y - 9) = 0$$

$$3y = 1$$

$$y = \frac{1}{3} \rightarrow 9^x = \frac{1}{3}$$

$$x = {}^9\log \frac{1}{3} = {}^{3^2}\log 3^{-1} = -\frac{1}{2} {}^3\log 3 = -\frac{1}{2} \rightarrow x_1$$

$$; \boxed{a^n \log b^k = \frac{k}{n} {}^a\log b}$$

$$y = 9 \rightarrow 9^x = 9$$

$$x = {}^9\log 9 = 1 \rightarrow x_2$$

$$\text{maka } x_1 + x_2 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$

Jawabannya adalah C

20. Jika $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & x \end{pmatrix}$ dan $B = \begin{pmatrix} bx & a \\ b & x \end{pmatrix}$, maka jumlah kuadrat semua akar persamaan $\det A = \det B$ adalah....

A. $\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2(a-b)$

B. $\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2(a-b)$

C. $\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2(b-a)$

D. $\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2(b-a)$

E. $\frac{b}{a} - 2(b-a)$

Jawab:

$$\det A = ax - b^2$$

$$\det B = bx^2 - ab$$

$$\det A = \det B$$

$$ax - b^2 = bx^2 - ab$$

$$bx^2 - ax - ab + b^2 = 0$$

mempunyai akar x_1 dan x_2

jumlah kuadrat semua akar persamaan $\det A = \det B \rightarrow x_1^2 + x_2^2$

$$x_1 + x_2 = -\frac{-a}{b} = \frac{a}{b} ; x_1 \cdot x_2 = \frac{-ab + b^2}{b} = b - a$$

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2 \cdot x_1 \cdot x_2$$

$$= \left(\frac{a}{b}\right)^2 - 2(b - a)$$

Jawabannya adalah C

21. Jika $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, dan matriks C memenuhi $AC = B$, maka $\det C = \dots$

A. 1
B. 6

C. 9
D. 11

E. 12

Jawab:

$$AC = B$$

$$C = A^{-1}B$$

$$= \frac{1}{3-4} \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= -\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 10 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\det C = -10 \cdot (-2) - 3 \cdot 3 = 20 - 9 = 11$$

Jawabannya adalah D

22. Tabungan seseorang pada bulan ke n selalu dua kali tabungan pada bulan ke $(n-1)$, $n \geq 2$. Jika tabungan awalnya Rp. 1 juta dan setelah satu tahun menjadi Rp. p juta, maka p memenuhi.....

A. $1000 < p < 2000$
B. $2000 < p < 3000$

C. $3000 < p < 4000$
D. $4000 < p < 5000$

E. $5000 < p < 6000$

Jawab:

tabungan membentuk deret:

1 juta, 2 juta, 4 juta, 8 juta , ...

deret tabungan membentuk deret geometri dengan $r = \frac{2 \text{ juta}}{1 \text{ juta}} = \frac{4 \text{ juta}}{2 \text{ juta}} = 2$

setelah setahun berarti bulan ke 13 = $U_{13} = \dots?$

$a = 1 \text{ juta}$

$$U_{13} = ar^{13-1} = ar^{12} = 1 \text{ juta} \cdot 2^{12}$$

$$p \text{ juta} = 1 \text{ juta} \cdot 4096$$

$$p = 4096$$

berada pada daerah $4000 < p < 5000$

Jawabannya adalah D

23. Jika $y = \log x$ dan $x^2 + ax + (3 - a) = 0$, maka y bernilai real untuk a yang memenuhi....

A. $a > 3$

C. $a < -6$

E. $-6 < a < 3$

B. $a < 3$

D. $a > -6$

Jawab:

$$y = \log x \rightarrow x > 0$$

$$x^2 + ax + (3 - a) = 0$$

agar y bernilai real maka :

1. $x_1 + x_2 > 0$

$$-a > 0$$

$$a < 0$$

2. $x_1 \cdot x_2 > 0$

$$3 - a > 0$$

$$3 > a$$

$$a < 3$$

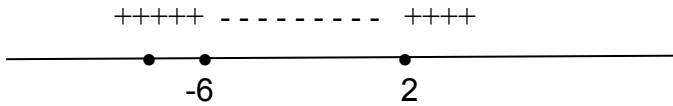
3. $D \geq 0$

$$a^2 - 4 \cdot 1 (3-a) \geq 0$$

$$a^2 + 4a - 12 \geq 0$$

$$(a + 6)(a - 2) \geq 0$$

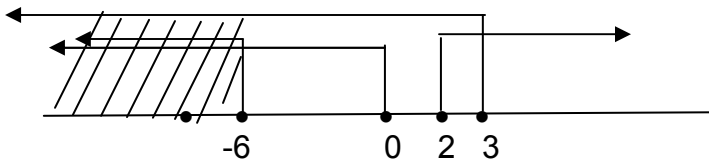
pembuat nol : $a = -6$ atau $a = 2$



$$HP = \{ a \leq -6 \text{ atau } a \geq 2 \}$$

$$1 \cap 2 \cap 3$$

irisan $a < 0$, $a < 3$, $a \leq -6$ dan $a \geq 2$



terlihat bahwa yang memenuhi kriteria adalah $a < -6$

Jawabannya adalah C

24. Bilangan ${}^y \log (x-1)$, ${}^y \log (x+1)$, ${}^y \log (3x-1)$ merupakan tiga suku deret aritmetika yang berurutan. Jika jumlah tiga bilangan itu adalah 6, maka $x+y=...$

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 5
E. 6

Jawab:

$$\begin{matrix} {}^y \log (x-1), & {}^y \log (x+1), & {}^y \log (3x-1) \\ U_1 & U_2 & U_3 \end{matrix}$$

$$\text{beda} = U_2 - U_1 = U_3 - U_2$$

$$2 U_2 = U_1 + U_3$$

$$2. \quad {}^y \log (x + 1) = {}^y \log (x-1) + {}^y \log (3x - 1)$$

$$\begin{aligned} {}^y \log (x+1)^2 &= {}^y \log (x-1) \cdot (3x-1) \\ (x+1)^2 &= (x-1) \cdot (3x-1) \end{aligned}$$

$$x^2 + 2x + 1 = 3x^2 - 4x + 1$$

$$2x^2 - 6x = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

pembuat nol : $x = 0$ atau $x = 3$ (1)

syarat logaritma:

$${}^a \log b > 0 :$$

$$x-1 > 0 \rightarrow x > 1 \quad \dots(2)$$

$$x + 1 > 0 \rightarrow x > -1 \quad \dots(3)$$

$$3x - 1 > 0 \rightarrow 3x > 1 \rightarrow x > \frac{1}{3} \quad \dots(4)$$

$$(2) \cap (3) \cap (4) \rightarrow x > 1 \quad \dots(5)$$

$$\text{dari (1) dan (5)} \rightarrow x = 3$$

$$U_1 + U_2 + U_3 = 6$$

$${}^y \log (x-1) + {}^y \log (x+1) + {}^y \log (3x-1) = 6$$

$${}^y \log 2 + {}^y \log 4 + {}^y \log 8 = 6$$

$${}^y \log 2 \cdot 4 \cdot 8 = 6$$

$${}^y \log 2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 = 6$$

$${}^y \log 2^6 = 6$$

$$6 {}^y \log 2 = 6$$

$${}^y \log 2 = 1$$

$$y^1 = 2$$

$$y = 2$$

$$\text{maka } x + y = 3 + 2 = 5$$

Jawabannya adalah D

25. Berat rata-rata 10 siswa adalah 60 kg. Salah seorang diantaranya diganti oleh Andi sehingga berat rata-ratanya menjadi 60,5 kg. Jika berat Andi 62 kg, maka berat siswa yang diganti adalah....

A. 57

B. 56

C. 55

D. 54

E. 53

Jawab:

misal :

x = berat Andi

y = berat orang yang diganti

$\sum S$ = jumlah berat 9 orang

Berat awal :

$$\frac{y + \sum S}{10} = 60$$

Berat setelah diganti Andi :

$$\frac{x + \sum S}{10} = 60,5$$

$$\frac{62 + \sum S}{10} = 60,5$$

$$62 + \sum S = 60,5 \cdot 10$$

$$\begin{aligned}\sum S &= 605 - 62 \\ &= 543\end{aligned}$$

$$\frac{y + \sum S}{10} = 60$$

$$y + \sum S = 600$$

$$\begin{aligned}y &= 600 - \sum S \\ &= 600 - 543 \\ &= 57\end{aligned}$$

Jawabannya adalah A