

Soal-Soal dan Pembahasan Matematika IPA SNMPTN 2009

1. Jika $a, b \geq 0$, maka pernyataan di bawah ini yang benar adalah...

A. $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$

C. $\sqrt{ab} \leq \frac{ab}{2}$

E. $\sqrt{ab} \leq ab$

B. $\sqrt{ab} \leq \sqrt[3]{a}$

D. $\sqrt{ab} \geq \sqrt[3]{a}$

Jawab:

karena pada jawaban terdapat $\sqrt{ab}$ maka selesaikan soal sbb:

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a + b - 2\sqrt{ab} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab}$$

$$\Leftrightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

Jawabannya adalah A

2. Diketahui segitiga ABC. Titik P di tengah AC dan Q pada BC, sehingga BQ = QC. Jika

$\overrightarrow{AB} = \vec{c}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ dan $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, maka $\overrightarrow{PQ} = \dots$

A. $\frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{b})$

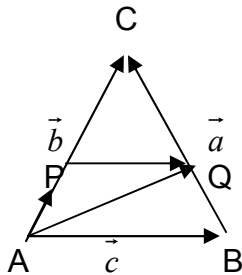
C. $\frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{c})$

E. $\frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{c})$

B. $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$

D. $\frac{1}{2}(-\vec{b} + \vec{c})$

Jawab:



$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{PQ} &= \vec{Q} - \vec{P} \\
 &= \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} \\
 &= (\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a}) - (\frac{1}{2}\vec{b}) \\
 &= \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} \\
 &= (\vec{b} - \vec{a}) + \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} \\
 &= \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} \\
 &= \frac{1}{2}(-\vec{a} + \vec{b})
 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

3. Diberikan balok ABCD.EFGH dengan AB = 2cm, 2BC = 2cm, 2AE = 2cm. Panjang AH adalah.....

A. $\frac{1}{2}$ cm

C. $\sqrt{2}$ cm

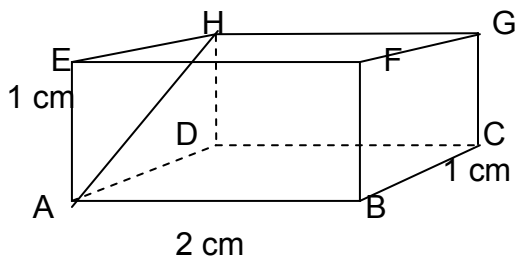
E. $\sqrt{3}$ cm

B. 1 cm

D. 2 cm

Jawab:

$$2BC = 2\text{cm} \rightarrow BC = 1\text{ cm}, \quad 2AE = 2\text{cm} \rightarrow AE = 1\text{ cm}$$



$$\begin{aligned}
 AH &= \sqrt{AD^2 + DH^2} \\
 &= \sqrt{1^2 + 1^2} \\
 &= \sqrt{2} \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah C

4. Jika pada integral $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$ disubstitusikan $\sqrt{x} = \sin y$, maka menghasilkan :

A. $\int_0^{\frac{1}{2}} \sin^2 x \, dx$

C. $2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x \, dx$

E. $2 \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sin^2 x \, dx$

B. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin^2 y}{\cos y} dy$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 y \, dy$

Jawab:

$$\sqrt{x} = \sin y \rightarrow \text{dikudratkan}$$

$$x = \sin^2 y$$

$$dx = 2 \sin y \cos y \, dy$$

batas integral:

untuk $x = 0$ maka :

$$\sqrt{0} = \sin y$$

$$0 = \sin y \rightarrow y = 0$$

untuk $x = \frac{1}{2}$

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sin y$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sin y$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{2} = \sin y$$

$$y = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin y}{\sqrt{1 - \sin^2 y}} 2 \sin y \cos y dy ;$$

$$\sin^2 y + \cos^2 y = 1 \rightarrow \cos^2 y = 1 - \sin^2 y$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin y}{\sqrt{\cos^2 y}} 2 \sin y \cos y dy = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin y}{\cos y} 2 \sin y \cos y dy$$

$$\Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin^2 y dy = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \sin^2 x dx$$

Jawabannya adalah C

5. Misalkan U_n menyatakan suku ke n suatu barisan geometri. Jika diketahui $U_5 = 12$ dan $\log U_4 + \log U_5 - \log U_6 = \log 3$, maka nilai U_4 adalah ...

A. 12

C. 8

E. 4

B. 10

D. 6

Jawab:

barisan geometri:

$$U_4, U_5, U_6 \rightarrow U_5 = 12$$

$$\log U_4 + \log U_5 - \log U_6 = \log 3$$

ditanya $U_4 = ..?$

$$r = \frac{U_6}{U_5} = \frac{U_6}{12} \rightarrow U_6 = 12r$$

$$\log U_4 + \log U_5 - \log U_6 = \log 3$$

$$\log U_4 + \log U_5 = \log 3 + \log U_6$$

$$\log U_4 \cdot U_5 = \log 3 \cdot U_6$$

$$U_4 \cdot U_5 = 3 \cdot U_6$$

$$12 \cdot U_4 = 3 \cdot 12r$$

$$U_4 = \frac{36r}{12} = 3r$$

$$U_5 = U_4 \cdot r$$

$$U_5 = 3r \cdot r$$

$$12 = 3r^2$$

$$r^2 = 4$$

$$r = 2$$

Jawab:

$$f(x) = x^2 + 4x + 1$$

$$f'(x) = 2x + 4$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)'(x) &= g'(f(x)) \cdot f'(x) \\ &= \sqrt{10 - (x^2 + x + 1)^2} \cdot (2x + 4)\end{aligned}$$

untuk $x = 0$

$$\begin{aligned}(g \circ f)'(x) &= \sqrt{10 - (0 + 0 + 1)^2} \cdot (0 + 4) \\ &= \sqrt{10 - 1} \cdot 4 = \sqrt{9} \cdot 4 = 3 \cdot 4 = 12\end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

8. Diberikan fungsi f memenuhi persamaan $3f(-x) + f(x-3) = x + 3$ untuk setiap bilangan real x . Nilai $8f(-3)$ adalah

A. 24

C. 20

E. 15

B. 21

D. 16

Jawab:

untuk $x = 0$:

$$3f(-0) + f(-3) = 3 \quad \dots\dots(1)$$

untuk $x = 3$:

$$3f(-3) + f(0) = 6 \quad \dots\dots(2)$$

dari (1) dan (2) :

$$\begin{array}{rcl} 3f(0) + f(-3) = 3 & \times 1 & \Rightarrow 3f(0) + f(-3) = 3 \\ f(0) + 3f(-3) = 6 & \times 3 & \Rightarrow 3f(0) + 9f(-3) = 18 \\ \hline & & - 8f(-3) = -15 \\ & & 8f(-3) = 15 \end{array}$$

Jawabannya adalah E

9. Jika $f(3x+2) = x\sqrt{x+1}$ dan f' adalah turunan pertama fungsi f , maka $12f'(11) = \dots$

A. 9

C. 12

E. 15

B. 11

D. 14

Jawab:

$$f(3x+2) = x\sqrt{x+1}$$

$$f(3x+2) = \sqrt{x^3 + x^2} = (x^3 + x^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$3 \cdot f'(3x+2) = \frac{1}{2}(x^3 + x^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{3x^2 + 2x}{2\sqrt{x^3 + x^2}}$$

agar $f'(3x+2)$ menjadi $f'(3x+2)$ maka $x = 3$

untuk $x = 3$:

$$3 f'(11) = \frac{3 \cdot 9 + 2 \cdot 3}{2\sqrt{27+9}} = \frac{33}{2\sqrt{36}} = \frac{33}{12}$$

$$12 f'(11) = \frac{33}{3} = 11$$

Jawabannya adalah B

10. Jika $f(x) = x^2$, maka luas daerah yang dibatasi kurva $y = 4 - f(x)$, $y = 4 - f(x-4)$ dan garis $y = 4$ adalah.....

A. 12

C. 5

E. $\frac{11}{3}$

B. $\frac{16}{3}$

D. 4

Jawab:

$$f(x) = x^2$$

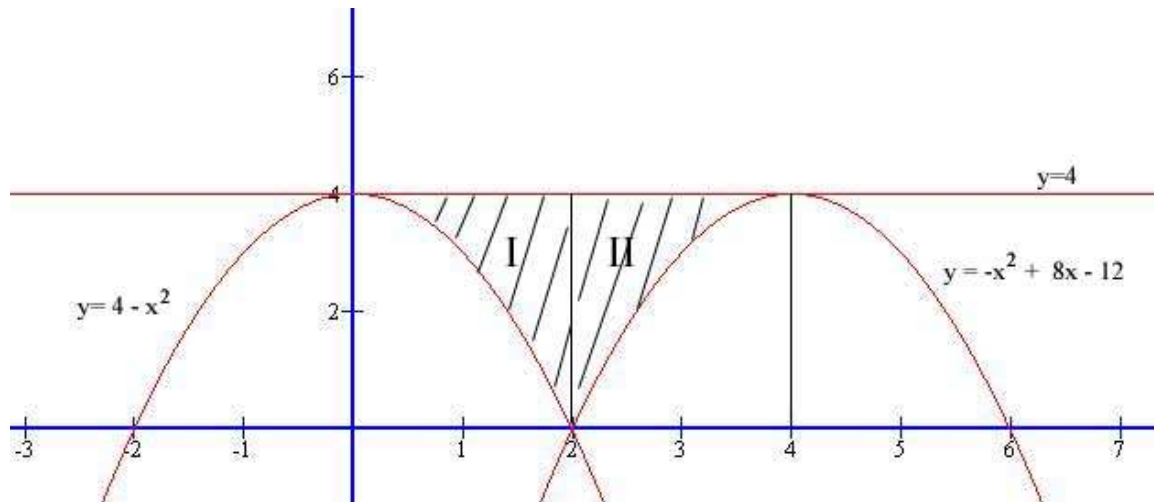
Kurva:

$$* y = 4 - f(x) \rightarrow y = 4 - x^2$$

$$\begin{aligned} * y = 4 - f(x-4) &\rightarrow y = 4 - (x-4)^2 \\ &= 4 - (x^2 - 8x + 16) \\ &= -x^2 + 8x - 12 \end{aligned}$$

* garis $y = 4$

grafik :



$$L = L \text{ I} + L \text{ II}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^2 \{4 - (4 - x^2)\} dx + \int_2^4 \{4 - (-x^2 + 8x - 12)\} dx \\
 &= \int_0^2 x^2 dx + \int_2^4 (x^2 - 8x + 16) dx \\
 &= \left. \frac{1}{3} x^3 \right|_0^2 + \left. \left(\frac{1}{3} x^3 - 4x^2 + 16x \right) \right|_2^4 \\
 &= \frac{1}{3} 2^3 + \left(\frac{1}{3} (4^3 - 2^3) - 4(4^2 - 2^2) + 16(4 - 2) \right) \\
 &= \frac{8}{3} + \frac{56}{3} - 48 + 32 = \frac{64}{3} - 16 \\
 &= \frac{64 - 48}{3} = \frac{16}{3}
 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

11. Luas daerah yang diarsir pada lingkaran besar adalah 4 kali luas daerah lingkaran kecil.

Jika jari-jari lingkaran besar adalah $\frac{5}{\sqrt{\pi}}$, maka keliling lingkaran kecil adalah

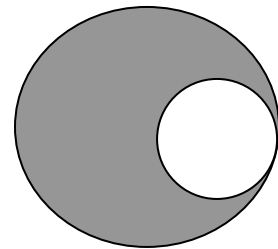
A. $\sqrt{\frac{5}{\pi}}$

C. $2\sqrt{5\pi}$

E. $5\sqrt{2\pi}$

B. $\sqrt{5\pi}$

D. $\sqrt{\frac{\pi}{5}}$



Jawab:

$$\text{Luas lingkaran} = \pi r^2$$

$$\text{Keliling} = 2\pi r$$

ditanya keliling lingkaran kecil = ...?

misal:

Lb = Luas Lingkaran besar

Lk = Luas Lingkaran kecil

$$r_b = \text{jari-jari lingkaran besar} = \frac{5}{\sqrt{\pi}}$$

rk = jari-jari lingkaran kecil

$$L_b - L_k = 4 L_k$$

$$L_b = 5 L_k$$

$$\pi \left(\frac{5}{\sqrt{\pi}} \right)^2 = 5 \pi r_k^2$$

$$\left(\frac{5}{\sqrt{\pi}} \right)^2 = 5 r_k^2$$

$$\frac{25}{\pi} = 5 r_k^2$$

$$r_k^2 = \frac{25}{5\pi} = \frac{5}{\pi}$$

$$r_k = \sqrt{\frac{5}{\pi}}$$

$$\text{keliling lingkaran kecil} = 2\pi \sqrt{\frac{5}{\pi}} = 2 \sqrt{\frac{5\pi^2}{\pi}} = 2 \sqrt{5\pi}$$

Jawabannya adalah C

12. Jika $F \left(\frac{6}{\sqrt{4 + \sin^2 x}} \right) = \tan x$, $\pi \leq x \leq 2\pi$, maka $F(3) = \dots$

A. 0

C. $\frac{\pi}{2}$

E. 2π

B. 1

D. π

Jawab:

$$F\left(\frac{6}{\sqrt{4+\sin^2 x}}\right) = F(3)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{6}{\sqrt{4+\sin^2 x}}\right) = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4+\sin^2 x} = \frac{6}{3} = 2 \text{ ; dikuadratkan}$$

$$\Leftrightarrow 4 + \sin^2 x = 4$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x = 0$$

$$x = \pi$$

maka:

$$F\left(\frac{6}{\sqrt{4+\sin^2 x}}\right) = \tan x$$

$$F\left(\frac{6}{\sqrt{4+\sin^2 \pi}}\right) = \tan \pi$$

$$F(3) = \frac{\sin \pi}{\cos \pi} = \frac{0}{-1} = 0$$

Jawabannya adalah A

13. Salah satu faktor suku banyak $x^3 + kx^2 + x - 3$ adalah $x - 1$. Faktor yang lain adalah

A. $x^2 + 3x + 3$

C. $x^2 + 3x - 3$

E. $x^2 - 7x + 3$

B. $x^2 + x - 3$

D. $x^2 + 2x + 3$

Jawab:

Metoda Horner

$$x - 1 \rightarrow x = 1$$

$$\begin{array}{r|rrrr} x = 1 & 1 & k & 1 & -3 \\ & & 1 & k+1 & k+2 \end{array}$$

$$1 \quad k+1 \quad k+2 \quad k-1 \rightarrow \text{sisanya}$$

$$k - 1 = 0 \rightarrow k = 1$$

sehingga faktor yang lainnya adalah : $x^2 + (k+1)x + k+2$

$$k = 1 \rightarrow x^2 + 2x + 3$$

Jawabannya adalah D

14. Diberikan tiga pernyataan:

1. Jika $\int_a^b f(x)dx \geq 1$, maka $f(x) \geq 1$ untuk semua x dalam $[a,b]$

2. $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 + \dots + \left(\frac{1}{4}\right)^{2009} < \frac{1}{3}$

3. $\int_{-3\pi}^{3\pi} \sin^{2009} x dx = 0$

A. 1 dan 2

C. 2 dan 3

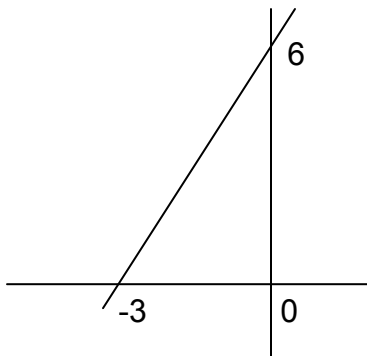
E. Tidak ada

B. 1 dan 3

D. 1, 2 dan 3

Jawab:

1. Misal persamaan garis sembarang : $f(x) = 2x + 6$



$$\int_a^b f(x)dx = \int_{-3}^0 (2x+6)dx = x^2 + 6x \Big|_{-3}^0 = -9 + 6(0+3) = 9 \geq 1$$

apakah benar $f(x) \geq 1$ untuk semua x dalam $[a,b]$

untuk x dalam $[-3,0]$

untuk $x = -3 \rightarrow y = 0$

untuk $x = 0 \rightarrow y = 6$

hasilnya $\rightarrow 0 \leq f(x) \leq 6 \rightarrow$ syarat tidak berlaku

ternyata pernyataannya salah

2. merupakan deret geometri dengan $a = \frac{1}{4}$; $r = \frac{1}{4}$ dan $n = 2009$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ untuk } r < 1$$

$$S_{2009} = \frac{\frac{1}{4}(1-(\frac{1}{4})^{2009})}{1-\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}(1-(\frac{1}{4})^{2009}) \cdot \frac{4}{3}$$

$$= \frac{1}{3}(1-(\frac{1}{4})^{2009}) < \frac{1}{3}$$

pernyataan benar

$$3. \int_{-3\pi}^{3\pi} \sin^{2009} x dx = 0$$

dengan $n = 2009$ dan $n \geq 2$ gunakan rumus reduksi:

$$\int \sin^n x dx = -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cos x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx$$

$$\begin{aligned} \int_{-3\pi}^{3\pi} \sin^n x dx &= -\frac{1}{n} \sin^{n-1} x \cos x \Big|_{-3\pi}^{3\pi} + \frac{n-1}{n} \int_{-3\pi}^{3\pi} \sin^{n-2} x dx \\ &= 0 + \frac{n-1}{n} \int_{-3\pi}^{3\pi} \sin^{n-2} x dx \end{aligned}$$

maka :

$$\begin{aligned} \int_{-3\pi}^{3\pi} \sin^{2009} x dx &= \frac{2008}{2009} x \frac{2006}{2008} x \frac{2004}{2006} x \dots x \frac{2}{3} \int_{-3\pi}^{3\pi} \sin x dx \\ &= \frac{2008}{2009} x \frac{2006}{2008} x \frac{2004}{2006} x \dots x \frac{2}{3} \cdot (-\cos x) \Big|_{-3\pi}^{3\pi} \\ &= \frac{2008}{2009} x \frac{2006}{2008} x \frac{2004}{2006} x \dots x 0 = 0 \end{aligned}$$

pernyataan benar

Jawabannya adalah C

15. Fungsi $f(x) = \frac{12}{1 - 2 \cos 2x}$ dalam selang $0 < x < 2\pi$ mencapai nilai maksimum a pada beberapa titik x_1 . Nilai terbesar $a + \frac{4x_1}{\pi}$ adalah...

A. 13

C. 16

E. 20

B. 15

D. 18

Jawab:

$$f(x) = \frac{12}{1 - 2 \cos 2x} = 12 (1 - 2 \cos 2x)^{-1}$$

syarat mencapai nilai maksimum jika $f'(x) = 0$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -12(1 - 2 \cos 2x)^{-2} \cdot 4 \sin 2x \\ &= -\frac{48 \sin 2x}{(1 - 2 \cos 2x)^2} = 0 \end{aligned}$$

$$\sin 2x = 0$$

$$2x = 0 + k \cdot 2\pi$$

$$x = k \cdot \pi$$

$$\text{atau } \sin 2x = 180$$

$$2x = 180 + k \cdot 2\pi$$

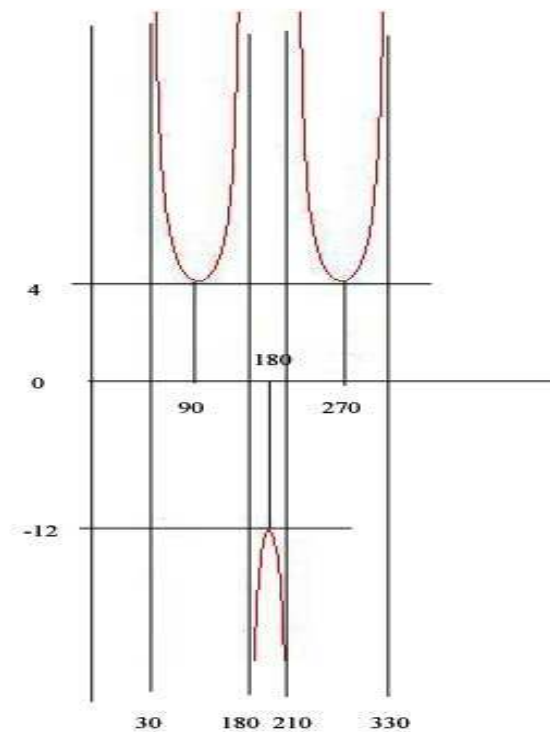
$$x = 90 + k \cdot \pi$$

untuk $k = 0$ didapat: $x = 90$

untuk $k = 1$ didapat $x = 180$ dan 270

x	$f(x) = \frac{12}{1 - 2 \cos 2x}$
90	4
180	-12
270	4

grafik:



terlihat bahwa -12 adalah nilai maksimum berarti $a = -12$

didapat $x_1 = 180$ atau π sehingga nilai terbesar $a + \frac{4x_1}{\pi}$ adalah:

$$-12 + \frac{4 \cdot \pi}{\pi} = -12 + 4 = -8$$

Tidak ada jawaban yang tepat