

Soal-Soal dan Pembahasan Matematika IPA SNMPTN 2008

1. Diketahui fungsi-fungsi f dan g dengan $f(x)g(x) = x^2 - 3x$ untuk setiap bilangan real x .
Jika $g(1)=2$, $f'(1)=f(1)$, dan $g'(1) = f(1)$, maka $g'(1) = \dots$

- A. 2
B. 1
C. 0
D. -1
E. -3

Jawab:

$$\begin{aligned} f(x)g(x) &= x^2 - 3x \\ \Leftrightarrow f(1)g(1) &= 1^2 - 3 \cdot 1 = -2 \quad \rightarrow f(1) = g'(1); g(1)=2 \\ \Leftrightarrow g'(1) \cdot 2 &= -2 \\ \Leftrightarrow g'(1) &= \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

2. Jumlah akar-akar persamaan $|x|^2 - 2|x| - 3 = 0$ sama dengan.....

- A. -10
B. -3
C. -1
D. 0
E. 4

Jawab:

untuk nilai mutlak berlaku:

$$|x| \begin{cases} \text{jika } x; & x \geq 0 \\ \text{jika } -x; & x < 0 \end{cases}$$

sehingga $|x|^2 - 2|x| - 3 = 0$ menjadi dua persamaan:

1. jika $x \geq 0$ persamaannya menjadi : $x^2 - 2x - 3 = 0$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3 \text{ atau } x = -1$$

2. Jika $x < 0$ persamaannya menjadi $(-x)^2 - 2(-x) - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-1) = 0$$

$$x = -3 \text{ atau } x = 1$$

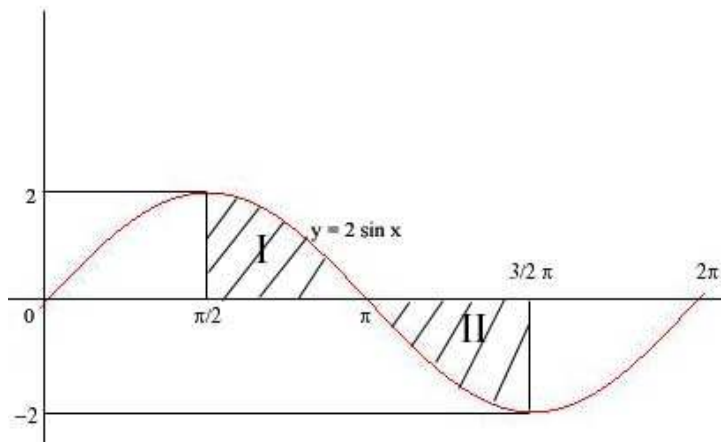
Jumlah akar-akarnya : $3 - 1 - 3 + 1 = 0$

Jawabannya adalah D

3. Luas daerah yang dibatasi oleh $2 \sin x$, $x = \frac{\pi}{2}$, $x = \frac{3\pi}{2}$ dan sumbu x sama dengan.....

- A. 1 satuan luas C. 3 satuan luas E. 5 satuan luas
B. 2 satuan luas D. 4 satuan luas

Jawab:



Luas = L I + L II

$$\begin{aligned} &= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2 \sin x dx + \left(- \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} 2 \sin x dx \right) = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2 \sin x dx - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} 2 \sin x dx \\ &= -2 \cos x \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} + 2 \cos x \Big|_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \\ &= -2 (-1 - 0) + 2 (0 - (-1)) \\ &= 2 + 2 = 4 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

4. Diketahui x_1 dan x_2 merupakan akar-akar persamaan $x^2 + 5x + a$ dengan x_1 dan x_2 kedua-duanya tidak sama dengan 0. Jika x_1 , $2x_2$ dan $-3x_1x_2$ masing-masing merupakan suku pertama, suku kedua dan suku ketiga dari deret geometri dengan rasio positif, maka nilai a sama dengan....

- A. -6 C. 6 E. 2 atau 3
B. 2 D. -6 dan 6

Jawab:

$$x^2 + 5x + a = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{5}{1} = -5$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{1} = a$$

Deret geometri:

$$x_1, 2x_2, -3x_1x_2, \dots$$

$$r = \frac{2x_2}{x_1} = \frac{-3x_1x_2}{2x_2}$$

$$x_2 = -\frac{3}{4}x_1^2$$

$$x_1 + x_2 = -5 \rightarrow x_1 + \left(-\frac{3}{4}x_1^2\right) = -5$$

$$\Leftrightarrow 4x_1 - 3x_1^2 = -20$$

$$\Leftrightarrow 3x_1^2 - 4x_1 - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x_1 - 10)(x_1 + 2) = 0$$

$$x_1 = \frac{10}{3} \text{ atau } x_1 = -2$$

$$\text{untuk } x_1 = \frac{10}{3}$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 = -5 &\rightarrow x_2 = -5 - x_1 \\ &= -5 - \frac{10}{3} \\ &= \frac{-15-10}{3} = \frac{-25}{3} \end{aligned}$$

$$r = \frac{2x_2}{x_1} = \frac{-}{+} = - \rightarrow \text{hasil negatif maka tidak berlaku}$$

$$\text{untuk } x_1 = -2$$

$$\begin{aligned} x_2 &= -5 - x_1 \\ &= -5 - (-2) = -3 \end{aligned}$$

$$r = \frac{2x_2}{x_1} = \frac{-}{-} = + \rightarrow \text{hasil positif maka berlaku}$$

$$\text{maka } a = x_1 \cdot x_2 = (-2) \cdot (-3) = 6$$

Jawabannya adalah C

5. Jika $f(2x+4)=x$ dan $g(3-x)=x$, maka nilai $f(g(1)) + g(f(2))$ sama dengan,,,,,

A. 2
B. 3

C. 4
D. 5

E. 6

Jawab:

1). $f(2x+4)=x$

misal $y = 2x+4$

$2x = y - 4$

$x = \frac{y-4}{2}$ maka $f(x) = \frac{x-4}{2}$ (1)

2). $g(3-x)=x$

misal $y = 3 - x$

$x = 3 - y$ maka $g(x) = 3 - x$... (2)

ditanya : $f(g(1)) + g(f(2)) = \dots?$

dari (1) didapat $f(2) = \frac{2-4}{2} = -1$

dari (2) didapat $g(1) = 3 - 1 = 2$

$f(g(1)) = f(2) = \frac{2-4}{2} = -1$

$g(f(2)) = g(-1) = 3 - (-1) = 4$

maka $f(g(1)) + g(f(2)) = -1 + 4 = 3$

Jawabannya adalah B

6. Jika $x = a$, $y = b$ dan $z = c$ adalah penyelesaian dari sistem persamaan linear :

$x + y = 3$

$x + z = 4$

$y + z = 5$

maka nilai $a^2 + b^2 + c^2$ sama dengan

A. 6
B. 9

C. 11
D. 14

E. 19

Jawab:

$$x + y = 3 \quad \dots(1)$$

$$x + z = 4 \quad \dots(2)$$

$$y + z = 5 \quad \dots(3)$$

substitusi (1) dan (2)

$$x + y = 3$$

$$x + z = 4 \quad -$$

$$\hline y - z = -1 \quad \dots(4)$$

substitusi (3) dan (4)

$$y + z = 5$$

$$y - z = -1 \quad -$$

$$\hline 2z = 6$$

$$z = 3 = c$$

mencari y :

$$y + z = 5$$

$$y = 5 - z$$

$$y = 5 - 3 = 2 = b$$

mencari x :

$$x + y = 3$$

$$x = 3 - y$$

$$x = 3 - 2 = 1 = a$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 = 1 + 4 + 9 = 14$$

Jawabannya adalah D

7. Untuk $0 \leq x \leq 12$ maka nilai x yang memenuhi persamaan $\cos \frac{\pi x}{6} \geq \frac{1}{2}$ adalah....

A. $0 \leq x \leq 3$ atau $6 \leq x \leq 9$

B. $0 \leq x \leq 3$ atau $6 \leq x \leq 12$

C. $2 \leq x \leq 4$ atau $8 \leq x \leq 10$

D. $1 \leq x \leq 3$ atau $9 \leq x \leq 11$

E. $0 \leq x \leq 2$ atau $10 \leq x \leq 12$

Jawab:

$$\cos \frac{\pi x}{6} \geq \frac{1}{2} \rightarrow \left(\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \right) \text{ untuk } 0 \leq x \leq 12$$

$$\cos \frac{\pi x}{6} \geq \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \cos \frac{\pi x}{6} = \cos \frac{\pi}{3}$$

. $\cos x = \cos \alpha$, maka $x_{1,2} = \pm \alpha + k.360^0$
 atau $\cos x = \cos \pi$, maka $x_{1,2} = \pm \pi + k.2\pi$

untuk x_1 :

$$\frac{\pi x}{6} = \frac{\pi}{3} + k.2\pi \rightarrow \text{dibagi dengan } \pi$$

$$\frac{x}{6} = \frac{1}{3} + k.2$$

untuk $k = 0 \rightarrow \frac{x}{6} = \frac{1}{3}$

$$\frac{x}{6} = \frac{2}{6} \rightarrow x = 2$$

$$k = 1 \rightarrow \frac{x}{6} = \frac{1}{3} + .2$$

$$\frac{x}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{14}{6} \rightarrow x = 14 \rightarrow \text{tidak berlaku karena di luar range nilai } 0 \leq x \leq 12$$

untuk x_2 :

$$\frac{\pi x}{6} = -\frac{\pi}{3} + k.2\pi \rightarrow \text{dibagi dengan } \pi$$

$$\frac{x}{6} = -\frac{1}{3} + k.2$$

untuk $k = 0 \rightarrow$ hasil x di luar range nilai

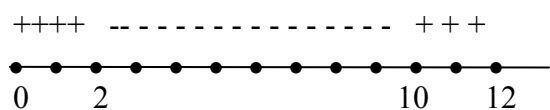
|

untuk $k = 1 \rightarrow \frac{x}{6} = -\frac{1}{3} + 2$

$$\frac{x}{6} = -\frac{2}{6} + \frac{12}{6}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{10}{6} \rightarrow x = 10$$

buat garis bilangan : (masukkan nilai $\cos \frac{\pi x}{6} \geq \frac{1}{2}$)



Nilai x yang memenuhi :

$$0 \leq x \leq 2 \text{ atau } 10 \leq x \leq 12$$

Jawabannya adalah E

* kalau ingin cepat bisa langsung dengan membuat garis bilangan dengan

memasukkan nilai dari $x = 0$ sampai $x = 12$ pada $\cos \frac{\pi x}{6} \geq \frac{1}{2}$

8. Suatu limas beraturan T.PQRS dengan $TP = TQ = TR = TS = \sqrt{21}$ cm dan PQRS adalah suatu persegi dengan panjang sisi 6 cm. Besar sudut antar bidang TQR dan bidang alas sama dengan....

A. 30°

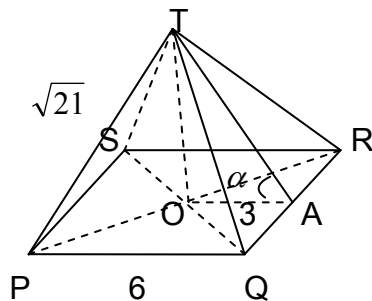
C. 60°

E. 90°

B. 45°

D. 75°

Jawab:



perhatikan ΔTAO :

$$\cos \alpha = \frac{OA}{TA}$$

$$OA = \frac{1}{2} PQ = 3$$

$$TA = \sqrt{TR^2 - AR^2} \rightarrow TR = \sqrt{21} ; AR = \frac{1}{2} QR = 3$$

$$\begin{aligned} TA &= \sqrt{(\sqrt{21})^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{21 - 9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} \sqrt{3} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Jawabannya adalah A

9. Jika $\cos a = \frac{1}{3}$ untuk $\frac{3\pi}{2} < a < 2\pi$, dan $\sin b = \frac{\sqrt{2}}{3}$ untuk $\frac{\pi}{2} < b < \pi$, maka $\frac{\sin(a+b)}{\tan a + \tan b}$ sama dengan.....

- A. $-\frac{1}{9}\sqrt{7}$ C. $-\frac{1}{4}\sqrt{3}$ E. $\frac{1}{6}\sqrt{2}$
 B. $\frac{1}{9}\sqrt{7}$ D. $\frac{1}{4}\sqrt{3}$

Jawab:

$\cos a = \frac{1}{3}$ untuk $\frac{3\pi}{2} < a < 2\pi$, berada di kuadran IV maka $\cos a$ bernilai positif = $\frac{1}{3}$

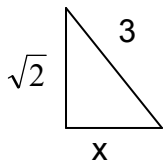
$\sin b = \frac{\sqrt{2}}{3}$ untuk $\frac{\pi}{2} < b < \pi$, berada di kuadran II maka $\sin b$ bernilai positif dan $\cos b$ bernilai negatif

$$\sin b = \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{y}{r} = \frac{\text{panjang_vertikal}}{\text{panjang_miring}}$$

$$\cos b = \frac{x}{r} = \frac{\text{panjang_datar}}{\text{panjang_miring}} \rightarrow x = \sqrt{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{9-2} = \sqrt{7}$$

$\cos b = \frac{\sqrt{7}}{3}$ karena berada di kuadran II maka nilainya negatif:

$$\cos b = -\frac{\sqrt{7}}{3}$$



$$\begin{aligned} \frac{\sin(a+b)}{\tan a + \tan b} &= \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\frac{\sin a}{\cos a} + \frac{\sin b}{\cos b}} = \frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\frac{\sin a \cos b + \cos a \sin b}{\cos a \cos b}} \\ &= (\sin a \cos b + \cos a \sin b) \cdot \frac{\cos a \cos b}{\sin a \cos b + \cos a \sin b} = \cos a \cos b \\ &= \frac{1}{3} \cdot -\frac{\sqrt{7}}{3} = -\frac{\sqrt{7}}{9} = -\frac{1}{9}\sqrt{7} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

sudut ACB, maka nilai-nilai k yang memenuhi $\cos \alpha < \frac{7}{8}$ adalah....

- A. $\frac{3}{2} < k < 2$

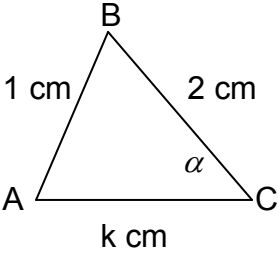
C. $\frac{1}{2} < k < 1$

E. $0 < k < \frac{3}{2}$

B. $\frac{3}{2} < k < 2$ atau $k < 0$

D. $\frac{1}{2} < k < 1$ atau $k < 0$

Jawab:



Gunakan aturan cosinus:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 AC \cdot BC \cos \alpha$$

$$1^2 = k^2 + 2^2 - 2 \cdot k \cdot 2 \cdot \cos \alpha$$

$$4 k \cos \alpha = k^2 + 4 - 1$$

$$\cos \alpha = \frac{k^2 + 3}{4k}$$

$$\cos \alpha < \frac{7}{8} \text{ maka}$$

$$\frac{k^2 + 3}{4k} < \frac{7}{8}$$

$$\frac{k^2 + 3}{k} < \frac{7}{2}$$

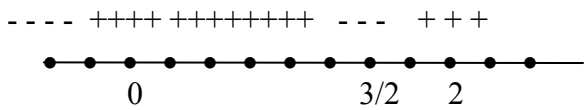
$$\frac{k^2 + 3}{k} - \frac{7}{2} < 0$$

$$\frac{2k^2 + 6 - 7k}{2k} < 0$$

$$\frac{(2k-3)(k-2)}{2k} < 0$$

nilai uji coba $k = \frac{3}{2}$; $k = 2$ dan $k = 0$

buat garis bilangan:



hasilnya adalah $k < 0$ atau $\frac{3}{2} < k < 2$

nilai k harus > 0 maka nilai yang benar adalah $\frac{3}{2} < k < 2$

Jawabannya adalah A

11. Diketahui matriks $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ dan $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Bilangan λ yang memenuhi

$|A - \lambda I| = 0$ adalah

A. -1 atau 0

C. -1 atau 2

E. -1 atau 3

B. 1 atau 3

D. 2 atau 3

Jawab:

$$\left| \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| = 0$$

$$\left| \begin{pmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 0 & -1-\lambda \end{pmatrix} \right| = 0$$

$ad - bc = 0 \rightarrow \text{determinan}$

$$(2 - \lambda)(-1 - \lambda) - 0 = 0$$

$$\lambda = 2 \text{ atau } \lambda = -1$$

Jawabannya adalah C

12. Jumlah nilai-nilai m yang mengakibatkan persamaan kuadrat $mx^2 - (3m+1)x + (2m+2) = 0$ mempunyai akar-akar dengan perbandingan 3:4 adalah....

A. $\frac{7}{6}$

C. $\frac{11}{3}$

E. $\frac{5}{6}$

B. $\frac{13}{5}$

D. $\frac{3}{2}$

Jawab:

$$x_1 : x_2 = 3 : 4 \rightarrow x_1 = \frac{3}{4} x_2$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{3m+1}{m} \rightarrow \frac{3}{4} x_2 + x_2 = \frac{3m+1}{m}$$

$$\frac{7}{4} x_2 = \frac{3m+1}{m}$$

$$x_2 = \frac{4}{7} \frac{3m+1}{m}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{2m+2}{m} \rightarrow \frac{3}{4} x_2^2 = \frac{2m+2}{m}$$

$$\frac{3}{4} x_2^2 = \frac{2m+2}{m}$$

$$\frac{3}{4} \left(\frac{4}{7}\right)^2 \left(\frac{3m+1}{m}\right)^2 = \frac{2m+2}{m}$$

$$\frac{3}{4} \left(\frac{16}{49}\right) \frac{(3m+1)^2}{m^2} = \frac{2m+2}{m}$$

$$\frac{12}{49} (3m+1)^2 = m (2m+2)$$

$$12 (9m^2 + 6m + 1) = 49 (2m^2 + 2m)$$

$$108m^2 + 72m + 12 = 98m^2 + 98m$$

$$(108 - 98)m^2 + (72 - 98)m + 12 = 0$$

$$10m^2 - 26m + 12 = 0 \rightarrow \text{dibagi 2}$$

$$5m^2 - 13m + 6 = 0$$

$$m_1 + m_2 = -\frac{b}{a} = \frac{13}{5}$$

Jawabannya adalah B

13. Nilai $m+n$ yang mengakibatkan $x^4 - 6ax^3 + 8a^2x^2 - ma^3x + na^4$ habis dibagi $(x-a)^2$ adalah....

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

E. -2

Jawab:

Gunakan metoda Horner:

$$* (x-a)^2 = (x-a)(x-a)$$

* habis dibagi berarti sisanya adalah 0

$$\begin{array}{r|rrrrrr} x=a & 1 & -6a & 8a^2 & -ma^3 & na^4 & \\ & & a & -5a^2 & 3a^3 & (3a^4-ma^4) & + \\ \hline & 1 & -5a & 3a^2 & (3a^3-ma^3) & (3a^4-ma^4+na^4) & = \text{sisanya} = 0 \quad \dots(1) \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} x=a & 1 & -5a & 3a^2 & (3-m)a^3 \\ & & a & -4a^2 & -a^3 \\ \hline & 1 & -4a & -a^2 & (3a^3-ma^3-a^3) = \text{sisanya} = 0 \quad \dots(2) \end{array}$$

dari (2) didapat:

$$3a^3 - ma^3 - a^3 = 2a^3 - ma^3 = 0$$

$$2a^3 = ma^3$$

$$m = 2$$

masukkan nilai $m = 2$ ke dalam (1)

$$3a^4 - ma^4 + na^4 = 0$$

$$3a^4 - 2a^4 + na^4 = 0$$

$$a^4 + na^4 = 0$$

$$-a^4 = na^4$$

$$n = -1$$

$$\text{maka } m + n = 2 - 1 = 1$$

Jawabannya adalah B

14. Perhatikan kurva $y = ax + bx^2$, a dan b konstan. Jika garis singgung kurva ini pada titik $(1,0)$ sejajar dengan garis $2x - y + 3 = 0$, maka $a + 3b$ sama dengan....

A. -2

B. 2

C. 4

D. 6

E. 8

Jawab:

Kurva $y = ax + bx^2$ sejajar dengan garis $2x - y + 3 = 0$

$$2x - y + 3 = 0 \rightarrow y = 2x + 3 \rightarrow \text{didapat gradien} = m = 2$$

karena sejajar maka gradien garis = gradien kurva

$$\text{Gradien kurva} = 2 = \frac{dy}{dx} = a + 2bx$$

$$\text{di titik } (1,0) \rightarrow 2 = a + 2b \cdot 1$$

$$2 = a + 2b \dots\dots(1)$$

kurva $y = ax + bx^2$ melalui titik $(1,0)$ maka:

$$0 = a \cdot 1 + b \cdot 1^2$$

$$0 = a + b \rightarrow a = -b \dots\dots(2)$$

substitusi (1) dan (2)

$$2 = -b + 2b$$

$$2 = b$$

mencari a:

masukkan nilai b ke (1)

$$2 = a + 2b$$

$$2 = a + 4$$

$$a = -2$$

$$\text{maka } a + 3b = -2 + 3 \cdot 2 = 4$$

Jawabannya adalah C

15. Jika a^2 dan b adalah akar-akar persamaan kuadrat $x^2 - (b^2 - 1)x + b = 0$. Himpunan nilai-nilai $a+b$ adalah....

$$\text{A. } \{-3, 0, 1, 2\}$$

$$\text{B. } \{-2, 0, 1, 3\}$$

$$\text{C. } \{-1, 0, 2, 3\}$$

$$\text{D. } \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\text{E. } \{-2, -1, 0, 3\}$$

Jawab:

karena a^2 dan b adalah akar-akar persamaan kuadrat maka:

$$a^2 + b = -\frac{b}{a} = b^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow b^2 - b - a^2 - 1 = 0 \dots(1)$$

$$a^2 \cdot b = \frac{c}{a} = b$$

$$a^2 \cdot b = b$$

$$a^2 = 1$$

$$a = \pm 1 \dots (2)$$

masukkan nilai $a = \pm 1$ ke (1)

untuk $a = 1$:

$$\begin{aligned} b^2 - b - a^2 - 1 &= 0 \rightarrow b^2 - b - 2 = 0 \\ (b + 1)(b - 2) &= 0 \\ b &= -1 \text{ atau } b = 2 \end{aligned}$$

untuk $a = -1$

$$\begin{aligned} b^2 - b - a^2 - 1 &= 0 \rightarrow b^2 - b - 2 = 0 \\ (b + 1)(b - 2) &= 0 \\ b &= -1 \text{ atau } b = 2 \end{aligned}$$

nilai-nilai $a + b$

untuk $a = 1$

$$1 + (-1) = 0 \text{ dan } 1 + 2 = 3$$

untuk $a = -1$

$$-1 + (-1) = -2 \text{ dan } -1 + 2 = 1$$

jadi himpunan nilai-nilai $a + b = \{-2, 0, 1, 3\}$

Jawabannya adalah B