

1. Diketahui vektor – vektor $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = x\vec{i} + z\vec{j} + 4\vec{k}$,
 $\vec{c} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ dan $\vec{d} = 2\vec{i} + z\vec{j} + x\vec{k}$. Jika vektor $\vec{a} \perp$ terhadap
vektor $\vec{b}$ dan vektor $\vec{c} \perp$ terhadap vektor $\vec{d}$, maka $\vec{a} - \vec{b} = \dots\dots\dots$

- A . $-\vec{6j} - \vec{k}$ D . $-\vec{2i} - \vec{k}$
B . $4\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ E . $4\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}$
C . $6\vec{i} - \vec{k}$

Kunci : E

Penyelesaian :

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k},$$

$$\vec{b} = x\vec{i} + z\vec{j} + 4\vec{k},$$

$$\vec{c} = 5\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k},$$

$$\vec{d} = 2\vec{i} + z\vec{j} + x\vec{k}$$

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 4z + 12 = 0 \dots (1)$$

$$\vec{c} \perp \vec{d} \Rightarrow \vec{c} \cdot \vec{d} = 0 \quad z = 1 \rightarrow 2x - 4 \cdot 2 + 12 = 0$$

$$\Rightarrow 10 - 3z + 2x = 0 \dots (2) \quad \rightarrow 2x + 4 = 0$$

$$\text{dari (1) dan (2) didapat :} \quad \rightarrow x = -2$$

$$2x - 4z + 12 = 0$$

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$$

$$2x - 3z + 10 = 0$$

$$\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$$

$$-z + 2 = 0$$

$$\text{Jadi } \vec{a} - \vec{b} = 2\vec{i} - (-2\vec{i}) - 4\vec{j} - 2\vec{j} + 3\vec{k} - 4\vec{k}$$

$$\therefore z = 2$$

$$= 4\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 8}{x - 2} - \frac{x^2 - 2x}{2x - 4} \right) = \dots\dots\dots$$

- A . 5 D . 9
B . 6 E . ~
C . 8

Kunci : D

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 8}{x - 2} - \frac{x^2 - 2x}{2x - 4} \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 16 + x^2 + 2x}{2x - 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 2x - 16}{2x - 4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(5x + 8)(x - 2)}{2(x - 2)}$$

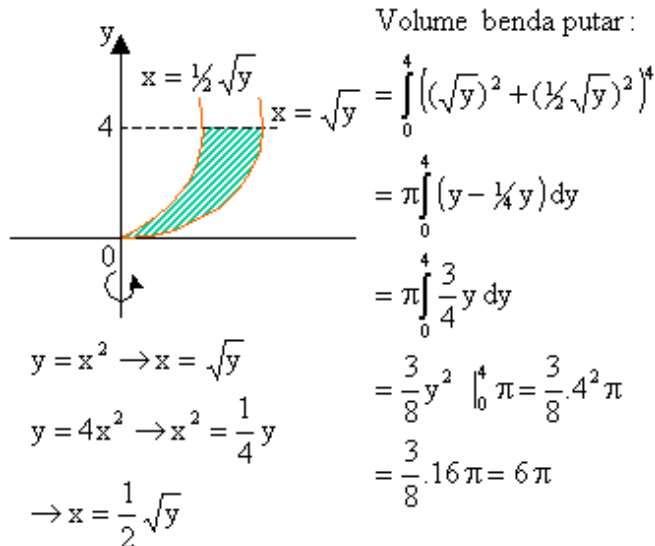
$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 8}{2} = \frac{5 \cdot 2 + 8}{2} = 9$$

3. Daerah D terletak di kuadran pertama yang dibatasi oleh parabola $y = 4x^2$, dan garis $y = 4$. Volume benda putar yang terjadi bila D diputar sumbu y adalah

- A . 3π D . 8π
 B . 4π E . 20π
 C . 6π

Kunci : C

Penyelesaian :



4. Himpunan penyelesaian pertidaksamaan $2 \log x \leq \log(3+x) + \log 4$ adalah

- A . $\{x | -2 \leq x \leq 6\}$ D . $\{x | 0 < x \leq 2\}$
 B . $\{x | x \geq 6\}$ E . $\{x | 0 < x \leq 2 \text{ atau } x \geq 6\}$
 C . $\{x | 0 < x \leq 6\}$

Kunci : C

Penyelesaian :

$$2 \log x \leq \log(3+x) + \log 4$$

Syarat $x > 0$ dan $x+3 > 0 \rightarrow x > -3$

$$\Rightarrow x^2 - \log(x+3) - \log 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow \log x^2 - \log(x+3) - \log 4 \leq 0$$

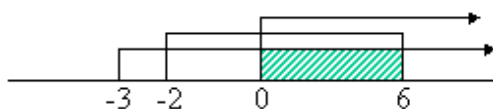
$$\Rightarrow \log \frac{x^2}{4(x+3)} \leq \log 1$$

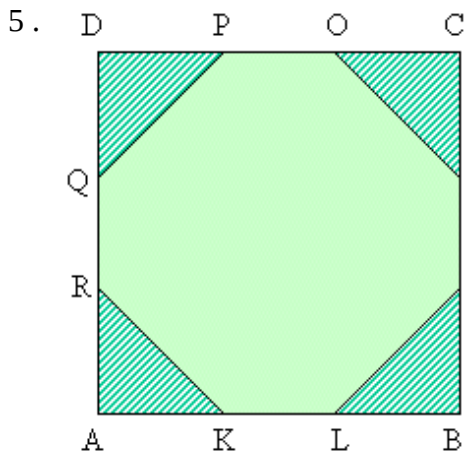
$$\Rightarrow \frac{x^2}{4(x+3)} \leq 1$$

$$\Rightarrow x^2 \leq 4x+12$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x+12 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-6)(x+2) \leq 0$$





Jika keempat pojok bujur sangkar ABCD digunting sehingga diperoleh segidelapan

KLMNOPQR, maka $\frac{\text{Luas KLMNOPQR}}{\text{Luas ABCD}} \dots$

A . $\sqrt{2} - 1$

D . $4(\sqrt{2} - 1)$

B . $2\sqrt{2} - 1$

E . $2 - \sqrt{2}$

C . $2(\sqrt{2} - 1)$

Kunci : C

Penyelesaian :

Misalkan $LM = x$

Maka $BL = BM = \frac{x}{\sqrt{2}}$

Karena $LM^2 = BL^2 + BM^2$
(Pythagoras)

Jadi panjang $AB = AK + KL + BL$

$$= \frac{x}{\sqrt{2}} + x + \frac{x}{\sqrt{2}}$$

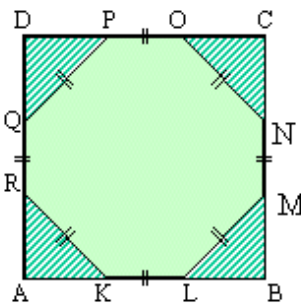
$$= x + \frac{2x}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Luas ABCD} = \left(x + \frac{2x}{\sqrt{2}}\right) \left(x + \frac{2x}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= x^2 + \frac{2x^2}{\sqrt{2}} + \frac{2x^2}{\sqrt{2}} + \frac{4x^2}{2}$$

$$= 3x^2 + \sqrt{2}x^2$$

$$\text{Luas } \Delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{\sqrt{2}} \cdot \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{1}{4}x^2$$



Luas daerah yg diarsir $= 4 \cdot \frac{1}{4}x^2 = x^2$

$$\text{Luas KLMNOPQR} = L_{\text{ABCD}} - L_{\text{diarsir}}$$

$$= 3x^2 + 2\sqrt{2}x^2 - x^2$$

$$= 2x^2 + 2\sqrt{2}x^2$$

$$\frac{\text{KLMNOPQR}}{\text{LABCD}} = \frac{x^2(2+2\sqrt{2})}{x^2(3+2\sqrt{2})}$$

$$= \frac{2+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} \cdot \frac{3-2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}$$

$$= \frac{6-4\sqrt{2}+6\sqrt{2}-8}{9-8}$$

$$= 2\sqrt{2} - 2 = 2(\sqrt{2} - 1)$$

6 . Diketahui x_1 dan x_2 adalah akar-akar positif persamaan kuadrat $x^2 + ax + b = 0$.

Jika 12, $x_1 x_2$ adalah tiga suku pertama barisan aritmatika, dan $x_1, x_2, 4$ adalah tiga suku pertama barisan geometri, maka diskriminan pertidaksamaan kuadrat tersebut adalah

A . 6

D . 30

B . 9

E . 54

C . 15

Kunci : B

Penyelesaian :

$$x^2 + ax + b = 0$$

x_1 dan x_2 akar-akar positif persamaan kuadrat tersebut :

$$12, x_1, x_2 \rightarrow BA$$

$$x_1, x_2, 4 \rightarrow BG$$

$$\Leftrightarrow 12 + b, 12 + 2b, 4 \rightarrow BG$$

$$\Leftrightarrow \frac{12+2b}{12+b} = \frac{4}{12+2b}$$

$$\Leftrightarrow (12 + b)^2 = 4(12 + b)$$

$$\Leftrightarrow 144 + 48b + 4b^2 = 48 + 4b$$

$$\Leftrightarrow 4b^2 + 44b + 96 = 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 + 11b + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow (b + 8)(b + 3)$$

$$b = -8 \text{ atau } b = -3$$

yang mengakibatkan akar positif $b = -3$

$$x_1 = 12 - 3 = 9$$

$$x_2 = 12 - 2 \cdot 3 = 12 - 6 = 6$$

$$D = (x_1 - x_2)^2 = (9 - 6)^2 = 3^2 = 9$$

7 . $y = 4 \sin x \sin (x - 60^\circ)$ mencapai nilai maksimum pada

A . $x = 60^\circ + k \times 360^\circ$, $k = 0, 1, 2, \dots$

B . $x = 60^\circ + k \times 180^\circ$, $k = 0, 1, 2, \dots$

C . $x = 30^\circ + k \times 360^\circ$, $k = 0, 1, 2, \dots$

D . $x = 30^\circ + k \times 180^\circ$, $k = 0, 1, 2, \dots$

E . $x = 30^\circ + k \times 60^\circ$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Kunci : D

Penyelesaian :

$$y = 4 \sin x \sin (x - 60^\circ)$$

$$= 2[2 \sin x \sin (x - 60^\circ)]$$

$$= 2[\cos(x - x + 60^\circ) - \cos(x + x - 60^\circ)]$$

$$= 2[\cos 60^\circ - \cos(2x - 60^\circ)]$$

$$= 2\left[\frac{1}{2} - \cos(2x - 60^\circ)\right]$$

$$= 1 - 2 \cos(2x - 60^\circ)$$

$$Y \text{ minimum jika } \cos(2x - 60^\circ) = 1$$

$$\Rightarrow \cos(2x - 60^\circ) = \cos 0$$

$$\Rightarrow 2x - 60^\circ = + k \cdot 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = 30^\circ + k \cdot 180^\circ$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

8 . Jumlah 5 buah bilangan yang membentuk barisan aritmatika adalah 75. Jika hasil kali bilangan terkecil dan terbesar adalah 161, maka selisih dari bilangan terbesar dan terkecil adalah

A . 15

D . 16

B . 4

E . 30

C . 8

Kunci : D

Penyelesaian :

$$(a - 2b) + (a - b) + a + (a + b) + (a + 2b) = 75$$

$$\Rightarrow 5a = 75$$

$$\Rightarrow a = 15$$

$$\Rightarrow a^2 - 4b^2 = 161$$

$$\Rightarrow (15)^2 - 4b^2 = 161$$

$$\Rightarrow 225 - 4b^2 = 161$$

$$\Rightarrow 4b^2 = 64$$

$$\Rightarrow b^2 = 16$$

$$\Rightarrow b = 4$$

Jadi bilangan terbesar $15 + 2 \cdot 4 = 23$

bilangan terkecil $15 - 2 \cdot 4 = 7$

selisih bilangan terbesar dan terkecil $23 - 7 = 16$

9. Seekor semut merayap pada bidang xoy. Pada saat t ia berada di titik $\{x(t), y(t)\}$ dengan $x(t) = t^2$ dan $y(t) = t^2 - 4t + 5$. Semut itu akan berjarak minimum ke sumbu x pada saat jarak semut itu dari sumbu y sama dengan

A . 2

D . 5

B . 3

E . 6

C . 4

Kunci : C

Penyelesaian :

$$x(t) = t^2$$

$$y(t) = t^2 - 4t + 5$$

berjarak minimum jika $y'(t) = 0$

$$\Rightarrow 2t - 4 = 0$$

$$\Rightarrow t = 2$$

$$t = 2 \rightarrow x(2) = 2^2 = 4$$

Jadi semut berjarak minimum ke sumbu x jika jarak dari sumbu y = 4

10. Garis-garis h dan k pada bidang V dengan $h \perp k$. Garis g tegak lurus V, maka

1. ada bidang melalui g dan sejajar h

2. ada garis memotong g, sejajar V dan tegak lurus h

3. $g \perp h$ dan $g \perp k$

4. ada bidang yang tegak lurus g dan tegak lurus h

Jawaban : A B C D E

Kunci : B

Penyelesaian :

Jika garis-garis h dan k pada bidang V dengan $h \perp k$. Garis g tegak lurus V, maka :

- ada bidang melalui g dan sejajar h yaitu bidang yang melalui g dan h.

- jika $g \perp h$ maka $g \perp k$

(Aksioma : garis tegak lurus bidang jika garis tersebut tegak lurus dengan semua garis pada bidang)