

$$\vec{a} = 3\vec{x}\vec{i} + \vec{x}\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$\vec{b} = -2\vec{x}\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k} \text{ dan}$$

1.

$$\vec{c} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

Jika $\vec{a} \perp \vec{b}$, maka $\vec{a} - \vec{c}$ sama dengan

A . $-3\vec{i} - 8\vec{j} - 5\vec{k}$

D . $-3\vec{i} - 12\vec{j} - 5\vec{k}$

B . $-2\vec{i} - 8\vec{j} - 5\vec{k}$

E . $-3\vec{i} + 8\vec{j} - 5\vec{k}$

C . $-2\vec{i} - 12\vec{j} - 5\vec{k}$

Kunci : C

Penyelesaian :

$$\vec{a} = 3\vec{x}\vec{i} + \vec{x}\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$\vec{b} = -2\vec{x}\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k} \text{ dan}$$

$$\vec{c} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

$$\text{Jika } \vec{a} \perp \vec{b}, \text{ maka } \vec{a} \cdot \vec{c} = 0$$

$$\text{berarti } -6x + 4x - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x = 20$$

$$x = -10$$

$$\text{Jadi } \vec{a} = -30\vec{i} + 10\vec{j} - 4\vec{k}$$

$$\text{Sedangkan } \vec{c} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

$$\text{maka } \vec{a} - \vec{c} = (-30\vec{i} + 10\vec{j} - 4\vec{k}) - (-3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k})$$

$$= [-30(-3)\vec{i} + [(-10)] - (+2)\vec{j} + \vec{k}] + [(-4) - (1)]\vec{k}$$

$$= -27\vec{i} - 12\vec{j} - 5\vec{k}$$

2. Gradien garis singgung grafik fungsi $y = f(x)$ di setiap titik $P(x, y)$ sama dengan dua kali absis titik P tersebut. Jika grafik fungsi itu melalui titik $(0, 1)$, maka $f(x) = \dots\dots$

A . $-x^2 + x - 1$

D . x^2

B . $x^2 + x - 1$

E . $x^2 + 1$

C . $-x^2$

Kunci : E

Penyelesaian :

Gradien garis singgung grafik fungsi $y = f(x)$ adalah $y' = f'(x)$

sama dengan dua kali absis $P(x, y)$

$$\text{Jadi } y' = f'(x) = 2x ; \text{ maka } y = f(x) = \int x \, dx = x^2 + c$$

Grafik fungsi melalui titik $(0, 1)$, jadi $1 = 0 + c$

Fungsi yang dimaksud $f(x) = x^2 + 1$

3. Jika $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{ax + b - \sqrt{x}}{x - 4} = \frac{3}{4}$, maka $a + b$ sama dengan

A . 3

D . -1

B . 2

E . -2

C . 1

Kunci : D

Penyelesaian :

Jika $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{ax + b - \sqrt{x}}{x - 4} = \frac{3}{4}$

Substitusi langsung $x = 4$ menghasilkan penyebut bernilai nol

Agar memiliki nilai limit, maka $ax + b - \sqrt{x}$ juga harus bernilai nol, sehingga didapat bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$

Kaidah L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow a} \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \right\} = \lim_{x \rightarrow a} \left\{ \frac{f'(x)}{g'(x)} \right\}$$

$$\text{Jadi } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{ax + b - \sqrt{x}}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{a - \frac{1}{2}x^{-1/2}}{1} = \frac{3}{4}$$

$$\text{maka } \frac{a - \frac{1}{2}(4)^{-1/2}}{1} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$\text{setelah dihitung diperoleh : } a - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ maka } a = 1$$

$$\text{Karena : } ax + b - \sqrt{x} = 0 \text{ Maka : } 1(4) + b - \sqrt{4} = 0 \text{ } b = -2$$

$$\text{Jadi : } a + b = 1 + (-2) = -1$$

4. Jika x_1 dan x_2 memenuhi persamaan

$$\frac{{}^{10}\log \frac{x^5}{10}}{{}^{10}\log x} - {}^{10}\log x = \frac{5}{{}^{10}\log x}$$

maka $x_1 + x_2 = \dots\dots\dots$

A . 5

D . 110

B . 6

E . 1100

C . 60

Kunci : E

Penyelesaian :

$$\frac{{}^{10}\log \frac{x^5}{10}}{{}^{10}\log x} - {}^{10}\log x = \frac{5}{{}^{10}\log x} \quad \times {}^{10}\log x \text{ diperoleh :}$$

$${}^{10}\log \frac{x^5}{10} - {}^{10}\log^2 x = 5$$

$$(5^{10}\log x - {}^{10}\log 10) - {}^{10}\log^2 x = 5$$

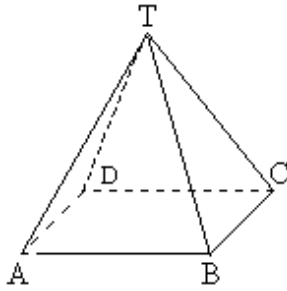
$$5^{10}\log x - 1 - {}^{10}\log^2 x = 5$$

$${}^{10}\log^2 x - 5^{10}\log x + 6 = 0 \quad {}^{10}\log x = 2 \rightarrow x_1 = 100$$

$$({}^{10}\log x - 2)({}^{10}\log x - 3) = 0 \quad {}^{10}\log x = 3 \rightarrow x_3 = 1000$$

$$\text{Jadi } x_1 + x_2 = 1100$$

5.



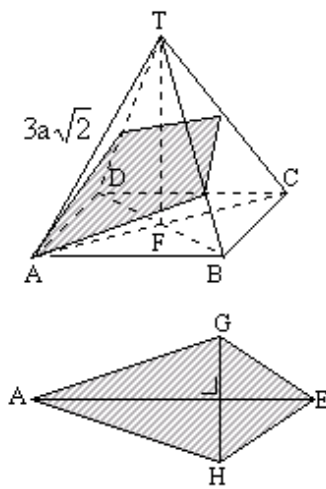
Pada limas beraturan T.ABCD, $AT = 3a\sqrt{2}$, $AB = 3a$, Luas irisan dan tegak lurus TC dengan limas adalah

- A . $a^2 \sqrt{3}$
 B . $3a^2 \sqrt{3}$
 C . $3a^2 \sqrt{2}$

- D . $6a^2 \sqrt{3}$
 E . $3a^2$

Kunci : B

Penyelesaian :



Limas beraturan T.ABCD

$$AT = 3a\sqrt{2}, AB = 3a$$

Perhatikan $\triangle TAC$

$$AC = AB\sqrt{2} = 3a\sqrt{2}$$

$$\text{Karena } AT = AC = CT = 3a\sqrt{2}$$

Maka $\triangle TAC$ sama sisi

Karena $\triangle TAC$ sama sisi maka : garis tinggi = garis bagi = garis berat

Jadi titik K merupakan titik berat

$$\text{Sehingga } TK : KF = 2 : 1$$

$$GH // DB = TK : TF = 2 : 3$$

Perhatikan kembali :

$$\text{Jadi } GH = \frac{2}{3}DB = \frac{2}{3} \times 3a\sqrt{2} = 2a\sqrt{2}$$

$$\triangle TAC, AE = TF = \sqrt{(3a\sqrt{2})^2 - \left(\frac{3}{2}a\sqrt{2}\right)^2}$$

$$\text{Jadi } AE = \sqrt{18a^2 - \frac{9}{2}a^2} = \sqrt{\frac{27}{2}a^2} = \frac{3}{2}a\sqrt{6}$$

$$\text{Luas layang-layang} = \frac{1}{2}(\text{diagonal} \times \text{diagonal})$$

$$= \frac{1}{2}(GH \times AE) = \frac{1}{2}(2a\sqrt{2} \times \frac{3}{2}a\sqrt{6}) = \frac{3}{2}a^2\sqrt{12}$$

$$= 3a^2\sqrt{3}$$

6. Jika $\frac{df(x)}{dx} = x^3 + x^{-3}$ dan $f(1) = -\frac{11}{20}$ maka $\int_1^2 f(x) dx = \dots\dots$

- A . 2
 B . 1
 C . $\frac{1}{2}$

- D . $\frac{1}{4}$
 E . $-\frac{1}{4}$

Kunci : B

Penyelesaian :

$$\begin{aligned}\text{Jika } \frac{df(x)}{dx} &= x^3 + x^{-3} \rightarrow f(x) = \int (x^3 + x^{-3}) dx \\ &= \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^{-2} + c\end{aligned}$$

$$\text{Diketahui } f(1) = -\frac{11}{20}$$

$$\text{Jadi: } \frac{1}{4}(1)^4 - \frac{1}{2}(1)^{-2} + c = -\frac{11}{20}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + c = -\frac{11}{20} \rightarrow c = -\frac{3}{10}$$

$$\begin{aligned}\int_1^2 f(x) dx &= \int_1^2 \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^{-2} - \frac{3}{10} \right) dx \\ &= \left[\frac{1}{20}x^5 + \frac{1}{2}x^{-1} - \frac{3}{10}x \right]_1^2 \\ &= \left[\frac{32}{20} + \frac{1}{4} - \frac{6}{10} \right] - \left[\frac{1}{20} + \frac{1}{2} - \frac{3}{10} \right] \\ &= \frac{31}{20} - \frac{1}{4} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{31-5-6}{20} \\ &= 1\end{aligned}$$

7. Himpunan semua x yang memenuhi pertidaksamaan $|2x + 1| < |2x - 3|$ adalah

A . $\{x \mid x < -\frac{1}{2}\}$

D . $\{x \mid x > \frac{1}{2}\}$

B . $\{x \mid x < \frac{1}{2}\}$

E . $\{x \mid x > 3/2\}$

C . $\{x \mid x < 3/2\}$

Kunci : B

Penyelesaian :

$$\underline{|2x+1| < |2x-3|}_{\text{kuadratkan}}$$

$$4x^2 + 4x + 1 < 4x^2 - 12x + 9$$

$$16x < 8; \text{ jadi } x < \frac{1}{2}$$

Maka himpunan yang memenuhi adalah $\{x \mid x < \frac{1}{2}\}$

8. Jika $t = \frac{x^2 - 3}{3x + 7}$, maka $\log(1 - |t|)$ dapat ditentukan untuk

A . $2 < x < 6$

D . $x \leq -2$ atau $x > 6$

B . $-2 < x < 5$

E . $x < -1$ atau $x > 3$

C . $-2 \leq x \leq 6$

Kunci : B

Penyelesaian :

$$t = \frac{x^2 - 3}{3x + 7}$$

$\log(1 - |t|)$ dapat ditentukan bila $(1 - |t|) > 0 \rightarrow |t| < 1$

$$\text{Jadi: } \left| \frac{x^2 - 3}{3x + 7} \right| < 1$$

$$\text{atau } |x^2 - 3| < |3x + 7| \quad \text{kuadratkan}$$

$$(x^2 - 3)^2 < (3x + 7)^2$$

$$(x^2 - 3)^2 - (3x + 7)^2 < 0$$

Mengingat : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Maka : $\{(x^2 - 3) + (3x + 7)\} \{(x^2 - 3) - (3x + 7)\}$

$$(x^2 + 3x + 4)(x^2 - 3x - 10) < 0$$

di mana : $x^2 + 3x + 4 \rightarrow$ definit positif

Jadi : $x^2 - 3x - 10 < 0$

$$(x - 5)(x + 2) < 0$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & \boxed{\text{-----}} & & & \\ & & & & & & \\ +++ & & \bullet & & \bullet & & +++ \\ & & -2 & & +5 & & \end{array}$$

Jawaban yang memenuhi untuk $(1 - |t|) > 0$ adalah $-2 < x < 5$

9. Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ diputar mengelilingi pusat koordinat 0 sejauh 90° dalam arah berlawanan. dengan perputaran jarum jam. Hasilnya dicerminkan terhadap sumbu x, menghasilkan vektor $\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$.

Jika $\vec{x} = A\vec{y}$, maka $A = \dots\dots$

A. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

D. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

B. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

E. $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

C. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Kunci : B

Penyelesaian :

Vektor $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ diputar mengelilingi pusat koordinat 0 sejauh 90° adalah arah

berlawanan dengan perputaran jarum jam, maka vektor $\vec{x}$ yang baru :

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Pencerminan terhadap sumbu x :

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{y} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

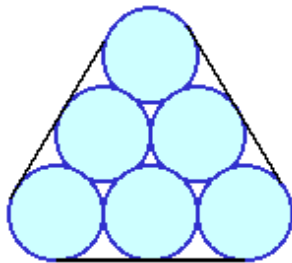
$$\vec{x} = A \vec{y}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

terlihat bahwa $A \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ merupakan "invers "

$$\text{jadi } \vec{x} = A \vec{y} \text{ maka } A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

10 .



Enam buah pipa, masing-masing dengan garis tengah d , diikat erat seperti dalam gambar. Jika arah tali pengikat tegak lurus pada arah panjang pipa maka panjang tali yang melilit pipa itu adalah

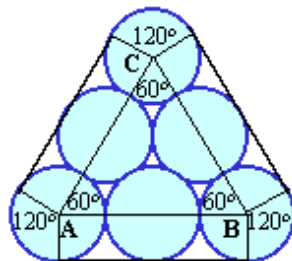
A . $9d$

B . $(3 + \frac{\pi}{2})d$

C . $(6 + \pi)d$

Kunci : C

Penyelesaian :



Garis tengah pipa = d

Keliling lingkaran setiap lingkaran = $2\pi r$

Panjang tali = keliling $\triangle ABC$ + keliling lingkaran

$$= (AB + BC + AC) + \pi \cdot d$$

$$= 3(2d) + \pi \cdot d$$

$$= (6 + \pi)d$$

D . $(6 + \frac{3\pi}{4})d$

E . $(12 + 2\pi)d$