

Pembahasan Soal **SNMPTN 2012**

SELEKSI NASIONAL MASUK PERGURUAN TINGGI NEGERI

Disertai TRIK SUPERKILAT dan LOGIKA PRAKTIS



Matematika Dasar

Disusun Oleh :
Pak Anang

Kumpulan SMART SOLUTION dan TRIK SUPERKILAT

Pembahasan Soal SNMPTN 2012

Matematika Dasar Kode Soal 623

By Pak Anang (<http://pak-anang.blogspot.com>)

1. Jika a dan b adalah bilangan bulat positif yang memenuhi $a^b = 2^{20} - 2^{19}$, maka nilai $a + b$ adalah
- A. 3
B. 7
C. 19
~~D. 21~~
E. 23

LOGIKA PRAKTIS TRIK SUPERKILAT:

Dengan mudah kita menentukan nilai $a = 2$ dan nilai $b \leq 20$ dan $b \geq 19$.
Tanpa berfikir panjang jelas jawabannya $2 + 19 \leq a + b \leq 2 + 20$
Nilai yang mungkin adalah $2 + 19 = 21$.
Jawabannya D! ☺

Penyelesaian:

$$a^b = 2^{20} - 2^{19} = 2^{1+19} - 2^{19} = 2 \cdot 2^{19} - 2^{19} = (2 - 1) \cdot 2^{19} = 1 \cdot 2^{19} = 2^{19}$$

Diperoleh,

$$a = 2 \text{ dan } b = 19, \text{ sehingga}$$

$$a + b = 2 + 19 = 21$$

2. Jika $-999, -997, -995, \dots$ adalah barisan aritmetika, maka suku bernilai positif yang muncul pertama kali adalah suku ke
- A. 500
~~B. 501~~
C. 502
D. 503
E. 504

LOGIKA PRAKTIS TRIK SUPERKILAT:

Karena selisihnya 2, maka kita pasti tahu bahwa suku positif pertama adalah 1,

$$u_n = a + (n - 1)b = 1, \text{ sehingga:}$$

$$-999 + 2(n - 1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2(n - 1) = 1 + 999$$

$$\Leftrightarrow n - 1 = \frac{1 + 999}{2}$$

$$\Leftrightarrow n = 500 + 1 = 501$$

Penyelesaian:

Ingat, suku ke- n barisan aritmetika adalah:

$$u_n = a + (n - 1)b$$

dimana a adalah suku pertama dan b adalah beda/selisih.

Perhatikan barisan $-999, -997, -995, \dots$ memiliki suku pertama $a = -999$ dan beda $b = 2$.

Jadi, suku ke- n barisan tersebut dapat dinyatakan sebagai:

$$u_n = -999 + 2(n - 1)$$

Nilai dari u_n akan bernilai positif jika memenuhi:

$$u_n > 0$$

Sehingga,

$$U_n > 0$$

$$\Rightarrow -999 + 2(n - 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow 2(n - 1) > 999$$

$$\Leftrightarrow (n - 1) > \frac{999}{2}$$

$$\Leftrightarrow n > \frac{999}{2} + 1$$

$$\Leftrightarrow n > 500,5$$

Jadi, nilai terkecil dari n yang memenuhi $n > 500,5$ dan $n \in \mathbb{N}$ adalah 501.

3. Jika $p + 1$ dan $p - 1$ adalah akar-akar persamaan $x^2 - 4x + a = 0$, maka nilai a adalah
- A. 0
 B. 1
 C. 2
~~D. 3~~
 E. 4

LOGIKA PRAKTIS TRIK SUPERKILAT:
 Bilangan yang dijumlah -4 .
 -2 dan -2 kan?
 Karena selisihnya 2. Maka yang satu ditambah 1, satunya dikurang 1.
 -3 dan -1 .
 Berapa perkaliannya?
 3.

Penyelesaian:

Ingat, jika akar-akar persamaan kuadrat $Ax^2 + Bx + C = 0$ adalah x_1 dan x_2 , maka:

$$x_1 + x_2 = -\frac{B}{A}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{C}{A}$$

$(p + 1)$ dan $(p - 1)$ adalah akar-akar persamaan $x^2 - 4x + a = 0$, maka:

$$(p + 1) + (p - 1) = -\frac{(-4)}{1}$$

$$\Leftrightarrow 2p = 4$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{4}{2}$$

$$\Leftrightarrow p = 2$$

diperoleh akar-akar persamaan tersebut adalah $p + 1 = 2 + 1 = 3$ dan $p - 1 = 2 - 1 = 1$.

Sehingga persamaan kuadrat yang akar-akarnya 3 dan 1 adalah:

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

Sehingga dengan melihat persamaan $x^2 - 4x + 3 = 0$, jadi diperoleh nilai $a = 3$.

4. Jika nilai rata-rata tes matematika 20 siswa kelas A adalah 65 dan nilai rata-rata 10 siswa lainnya di kelas tersebut adalah 80, maka nilai rata-rata semua siswa kelas A adalah
- A. 72
 B. 71
~~C. 70~~
 D. 69
 E. 68

LOGIKA PRAKTIS TRIK SUPERKILAT:
 $65 \text{ ----- } \bar{x} \text{ ----- } 80$
 1 bagian 2 bagian
 Jadi rata-rata gabungan adalah 65 ditambah sepertiganya 15.
 $65 + 5 = 70$

Penyelesaian:

Ingat, jika n_A dan n_B menyatakan banyak anggota kelompok A dan B, serta $\bar{x}_A$ dan $\bar{x}_B$ adalah rata-rata nilai kelompok A dan B, maka nilai rata-rata gabungan A dan B adalah:

$$\bar{x}_{gab} = \frac{n_A \bar{x}_A + n_B \bar{x}_B}{n_A + n_B}$$

Misal, rata-rata semua siswa kelas A dinyatakan sebagai $\bar{x}_{gab}$, maka:

$$\bar{x}_{gab} = \frac{20 \cdot 65 + 10 \cdot 80}{20 + 10} = \frac{1300 + 800}{30} = \frac{2100}{30} = 70$$

5. Jika $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & x \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, dan $\det(AB) = 12$, maka nilai x adalah

A. -6
~~B. -3~~
C. 0
D. 3
E. 6

LOGIKA PRAKTIS TRIK SUPERKILAT:

Ingat, sifat determinan yaitu $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$

Jadi hitung sendiri-sendiri determinan A dan determinan B, lalu kalikan keduanya.

$$\det(A) = 2x$$

$$\det(B) = -2$$

$$\text{Jadi, } \det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$$

$$\Rightarrow 12 = 2x \cdot (-2)$$

$$\Leftrightarrow 12 = -4x$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Penyelesaian:

Ingat, jika $\det(A)$ menyatakan determinan matriks $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, maka:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & x \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (2 \cdot 1 + 0 \cdot 0) & (2 \cdot 5 + 0 \cdot (-2)) \\ (1 \cdot 1 + x \cdot 0) & (1 \cdot 5 + x \cdot (-2)) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 1 & (5 - 2x) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned} \det(AB) &= \begin{vmatrix} 2 & 10 \\ 1 & (5 - 2x) \end{vmatrix} \\ &= 2(5 - 2x) - (10 \cdot 1) \\ &= 10 - 4x - 10 \\ &= -4x \end{aligned}$$

Dikarenakan nilai $\det(AB) = 12$, maka:

$$-4x = 12 \Leftrightarrow x = -3$$

6. Jika $f(x) = 5x - 3$, $g(x) = 3x + b$, dan $f^{-1}(g(0)) = 1$, maka nilai $g(2)$ adalah

A. 5

B. 6

~~C. 8~~

D. 11

E. 12

LOGIKA PRAKTIS TRIK SUPERKILAT:

Ingat sifat fungsi invers yaitu: $f(x) = y \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$

$f^{-1}(\text{berapa}) = 1 \Leftrightarrow f(1) = \text{berapa}$

Jadi,

$$f(1) = g(0)$$

$$5 \cdot 1 - 3 = 3 \cdot 0 + b$$

$$2 = b$$

Akibatnya, $g(x) = 3x + 2$

Sehingga nilai dari $g(2) = 3 \cdot 2 + 2 = 6 + 2 = 8$

Penyelesaian:

$$f(x) = 5x - 3$$

Perhatikan bahwa:

$$y = 5x - 3$$

$$\Leftrightarrow 5x = y + 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{y + 3}{5}$$

Jadi diperoleh invers dari f :

$$f^{-1}(x) = \frac{x + 3}{5}$$

Sehingga,

$$f^{-1}(g(x)) = f^{-1}(3x + b)$$

$$= \frac{(3x + b) + 3}{5}$$

$$= \frac{3x + b + 3}{5}$$

Maka dengan substitusi $x = 0$ akan diperoleh:

$$f^{-1}(g(0)) = \frac{3(0) + b + 3}{5} = \frac{b + 3}{5}$$

Padahal dari soal diketahui $f^{-1}(g(0)) = 1$, maka diperoleh:

$$\frac{b + 3}{5} = 1 \Leftrightarrow b + 3 = 5$$

$$\Leftrightarrow b = 5 - 3$$

$$\Leftrightarrow b = 2$$

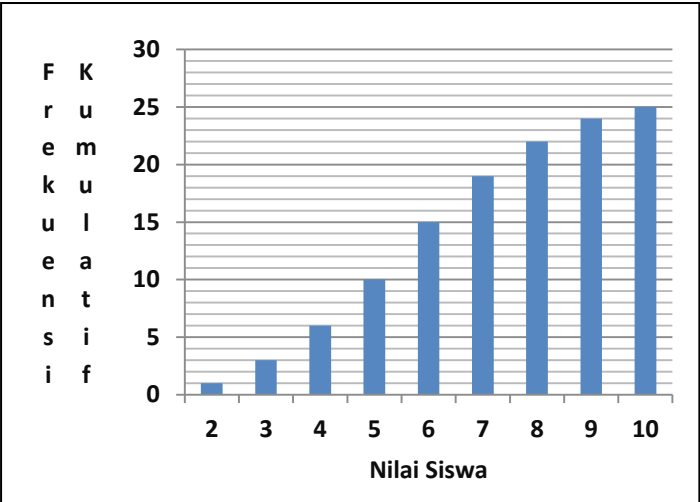
Dari $b = 2$ diperoleh fungsi g :

$$g(x) = 3x + 2$$

Jadi,

$$g(2) = 3(2) + 2 = 6 + 2 = 8$$

7. Jika diagram batang di bawah ini memperlihatkan frekuensi kumulatif hasil tes matematika siswa kelas XII, maka persentase siswa yang memperoleh nilai 8 adalah



- ☒ A. 12%
B. 15%
C. 20%
D. 22%
E. 80%

Penyelesaian:

Jika f_i menyatakan frekuensi kelas ke- i dan f_k menyatakan frekuensi kumulatif, maka:

$$f_i = f_{k_i} - f_{k_{i-1}}$$

Dan dari diagram frekuensi kumulatif tersebut, banyaknya siswa yang memperoleh nilai 8 adalah:

$$f_8 = f_{k_8} - f_{k_7} = 22 - 19 = 3$$

Sehingga persentase siswa yang memperoleh nilai 8 adalah:

$$f_8(\%) = \frac{f_8}{f_{k_{10}}} \times 100\% = \frac{3}{25} \times 100\% = 12\%$$

8. Jika ${}^b \log a + {}^b \log a^2 = 4$, maka nilai ${}^a \log b$ adalah

~~A.~~ $\frac{3}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{4}{3}$

D. 2

E. $\frac{3}{2}$

Penyelesaian:

$${}^b \log a + {}^b \log a^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow {}^b \log a + 2 \cdot {}^b \log a = 4$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2) \cdot {}^b \log a = 4$$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot {}^b \log a = 4$$

$$\Leftrightarrow {}^b \log a = \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow {}^a \log b = \frac{3}{4}$$

9. Di suatu kandang terdapat 40 ekor ayam, 25 ekor di antaranya betina. Di antara ayam betina tersebut, 15 ekor berwarna putih. Jika banyak ayam berwarna putih adalah 22 ekor, maka banyak ayam jantan yang tidak berwarna putih adalah

A. 5

B. 7

~~C.~~ 8

D. 10

E. 15

Penyelesaian:

Banyaknya ayam jantan berwarna putih adalah $22 - 15 = 7$ ekor. Sehingga banyak ayam jantan yang tidak berwarna putih adalah $(40 - 25) - 7 = 8$ ekor.

10. Jika $x + z = 2$, $y + 4z = 4$, dan $2x + y = 6$, maka nilai $x + 2y + 3z$ adalah
- A. 2
 - B. 4
 - C. 6
 - ~~D. 8~~
 - E. 10

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}x + z &= 2 \dots\dots\dots (1) \\y + 4z &= 4 \dots\dots\dots (2) \\2x + y &= 6 \dots\dots\dots (3)\end{aligned}$$

Eliminasi y pada persamaan (3) dan (2):

$$\begin{aligned}2x + y &= 6 \\y + 4z &= 4 \quad - \\ \hline 2x - 4z &= 2 \\ \Rightarrow x - 2z &= 1 \dots\dots\dots (4)\end{aligned}$$

Eliminasi x pada persamaan (1) dan (4):

$$\begin{aligned}x + z &= 2 \\x - 2z &= 1 \quad - \\ \hline 3z &= 1 \\ \Rightarrow z &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Substitusikan $z = \frac{1}{3}$ ke persamaan (4) diperoleh nilai x :

$$\begin{aligned}x + z &= 2 \Rightarrow x + \frac{1}{3} = 2 \\ \Leftrightarrow x &= 2 - \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{6}{3} - \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{5}{3}\end{aligned}$$

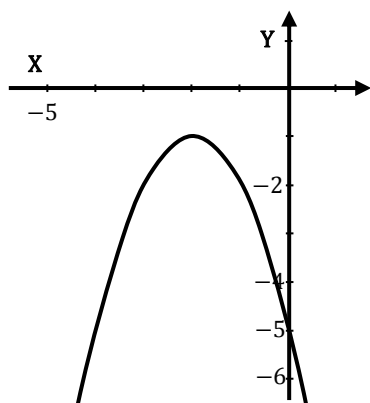
Substitusikan $z = \frac{1}{3}$ ke persamaan (2) diperoleh nilai x :

$$\begin{aligned}y + 4z &= 4 \Rightarrow y + 4\left(\frac{1}{3}\right) = 4 \\ \Leftrightarrow y + \frac{4}{3} &= 4 \\ \Leftrightarrow y &= 4 - \frac{4}{3} \\ \Leftrightarrow y &= \frac{12}{3} - \frac{4}{3} \\ \Leftrightarrow y &= \frac{8}{3}\end{aligned}$$

Jadi nilai $x + 2y + 3z$ adalah:

$$x + 2y + 3z = \left(\frac{5}{3}\right) + 2\left(\frac{8}{3}\right) + 3\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{3} + \frac{16}{3} + \frac{3}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

11. Jika gambar di bawah ini adalah grafik fungsi kuadrat f dengan titik puncak $(-2, -1)$ dan melalui titik $(0, 5)$, maka nilai $f(2)$ adalah



- ☒ A. -17
☐ B. -18
☐ C. -19
☐ D. -20
☐ E. -21

Penyelesaian:

Persamaan fungsi kuadrat yang melewati titik puncak (x_p, y_p) adalah:

$$y = a(x - x_p)^2 + y_p$$

Diketahui titik puncak $(-2, -1)$, sehingga persamaan fungsi kuadrat adalah:

$$y = a(x + 2)^2 - 1$$

Nilai konstanta a bisa ditentukan dengan mensubstitusi x dan y dengan satu titik lain yang diketahui pada grafik yaitu titik $(0, -5)$:

$$\begin{aligned} y &= a(x + 2)^2 - 1 \Rightarrow -5 = a(0 + 2)^2 - 1 \\ &\Leftrightarrow -5 = 4a - 1 \\ &\Leftrightarrow -5 + 1 = 4a \\ &\Leftrightarrow -4 = 4a \\ &\Leftrightarrow a = -1 \end{aligned}$$

Sehingga persamaan fungsi kuadrat yang dimaksud adalah:

$$\begin{aligned} f(x) = y &= -1(x + 2)^2 - 1 \\ &= -(x^2 + 4x + 4) - 1 \\ &= -x^2 - 4x - 4 - 1 \\ &= -x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

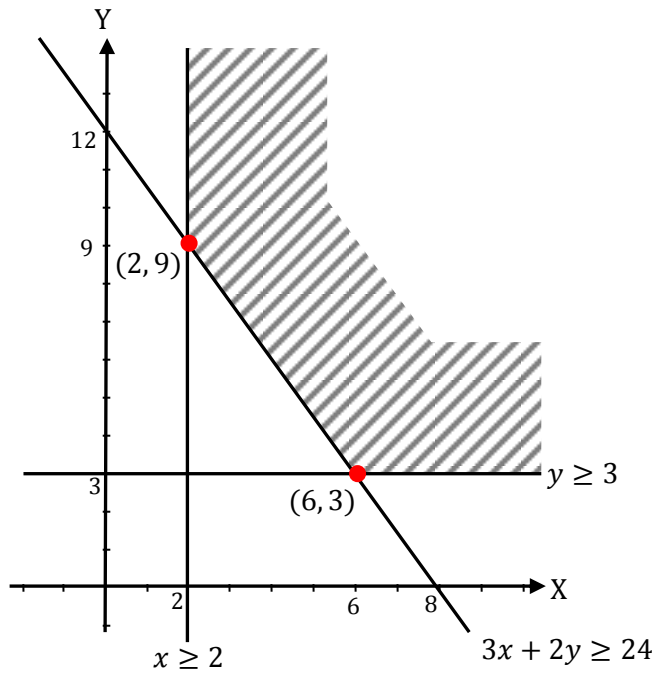
Jadi nilai dari $f(2)$ adalah:

$$f(2) = -(2)^2 - 4(2) - 5 = -4 - 8 - 5 = -17$$

12. Nilai minimum fungsi objektif (tujuan) $f(x, y) = x + 4y$ dengan kendala $3x + 2y \geq 24$, $x \geq 2$, dan $y \geq 3$ adalah
- A. 38
 - B. 26
 - C. 24
 - ~~D. 18~~
 - E. 16

Penyelesaian:

Perhatikan grafik!



Dari grafik di atas, titik-titik pojok yang merupakan titik ekstrim adalah titik $(6, 3)$ dan $(2, 9)$, lalu kita lakukan uji titik pojok tersebut untuk mendapatkan nilai minimum dari fungsi objektif (tujuan) $f(x, y) = x + 4y$:

$$(6, 3) \Rightarrow f(x, y) = (6) + 4(3) = 6 + 12 = 18$$

$$(2, 9) \Rightarrow f(x, y) = (2) + 4(9) = 2 + 36 = 38$$

Jadi fungsi objektif (tujuan) akan minimum pada titik $(6, 3)$ dengan nilai minimumnya adalah 18.

13. Jika a adalah suku pertama, r adalah rasio, dan $S_n = 3(2^{n+1} - 2)$ adalah jumlah n suku pertama deret geometri, maka nilai $a + r$ adalah

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

~~E. 8~~

LOGIKA PRAKTIS:

Ingat rumus $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

Perhatikan juga $S_n = 3(2^{n+1} - 2) = \frac{6(2^n - 1)}{2 - 1}$

Penyelesaian:

Jadi, jelas bahwa $a + r = 6 + 2 = 8$

Perhatikan bahwa,

$$S_n = 3(2^{n+1} - 2)$$

$$\Rightarrow S_n = 3 \cdot 2(2^n - 1)$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{6(2^n - 1)}{2 - 1}$$

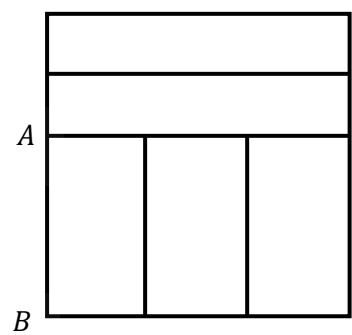
Padahal, ingat kembali rumus jumlah n suku pertama deret geometri:

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

Sehingga diperoleh nilai $a = 6$ dan $r = 2$.

Jadi nilai $a + r = 6 + 2 = 8$

14. Jika suatu persegi dengan panjang sisi satu satuan dibagi menjadi 5 persegi panjang dengan luas yang sama seperti ditunjukkan pada gambar, maka panjang ruas garis AB adalah

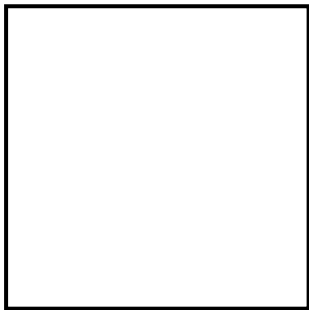


TRIK SUPERKILAT:
 Perhatikan bahwa luas kelima persegi panjang kan sama!
 Sedangkan di bagian atas sudah ada dua persegi panjang, maka artinya panjang sisi tegak persegi tersebut adalah 2 bagian dibanding 3 bagian.
 Jadi tinggi bagian bawah adalah 3 bagian dari keseluruhan 5 bagian.
 Ya!!! Panjang AB adalah $\frac{3}{5}$!!!

- A. $\frac{4}{5}$
- ~~B. $\frac{3}{5}$~~
- C. $\frac{5}{6}$
- D. $\frac{2}{3}$
- E. $\frac{2}{5}$

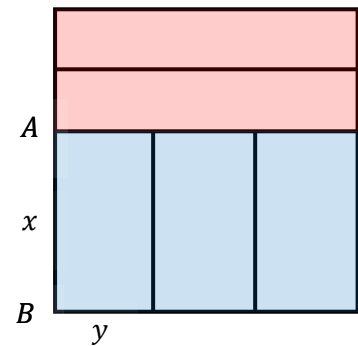
Penyelesaian:

Perhatikan persegi dengan sisi 1 satuan berikut:



Luas persegi tersebut adalah:
 $L = s^2 = 1^2 = 1$ satuan luas
 Persegi dengan 1 satuan luas tersebut dibagi menjadi 5 persegi panjang dengan luas yang sama. Artinya, setiap persegi panjang memiliki luas:
 $L = 5 \times L_{\text{persegi panjang}} \Rightarrow L_{\text{persegi panjang}} = \frac{L}{5} = \frac{1}{5}$ satuan luas

Perhatikan gambar di bawah ini:



Perhatikan daerah berwarna biru, misalkan setiap persegi panjang vertikal bawah berukuran $x \times y$. Perhatikan juga bahwa terdapat 3 persegi panjang dengan ukuran luas yang sama, persegi panjang tersebut juga membagi sisi persegi menjadi 3 bagian yang sama pula. Karena sisi persegi adalah 1 satuan, maka dengan mudah ditunjukkan bahwa panjang $y = \frac{1}{3}$ satuan.

Padahal luas setiap persegi panjang vertikal bawah tersebut adalah $\frac{1}{5}$ satuan luas, sehingga:

$$x \times y = \frac{1}{5} \Rightarrow x \times \frac{1}{3} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{3}{5}$$

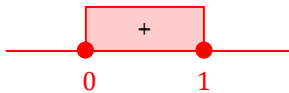
15. Semua nilai x yang memenuhi $(2x + 1)(x - 1) \leq (x - 1)$ adalah

- A. $x \leq 1$
- B. $x \geq 0$
- C. $x \geq \frac{1}{2}$
- D. $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$
- ~~E. $0 \leq x \leq 1$~~

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}(2x + 1)(x - 1) &\leq (x - 1) \\ \Rightarrow (2x + 1)(x - 1) - (x - 1) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow (2x^2 - x - 1) - (x - 1) &\leq 0 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 - x + 1 &\leq 0 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 2x &\leq 0 \\ \text{Pembuat nol} \\ \Rightarrow 2x^2 - 2x &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x(x - 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x = 0 \text{ atau } x - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \text{ atau } x &= 1\end{aligned}$$

Periksa daerah penyelesaian pada garis bilangan,



Jadi himpunan penyelesaiannya adalah $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$.

Untuk download rangkuman materi, kumpulan SMART SOLUTION dan TRIK SUPERKILAT dalam menghadapi SNMPTN serta kumpulan pembahasan soal SNMPTN yang lainnya jangan lupa untuk selalu mengunjungi <http://pak-anang.blogspot.com>.

Terimakasih,

Pak Anang.