

Soal-soal dan Pembahasan Matematika Dasar SNMPTN 2008

1. Dalam bentuk pangkat positif, $\frac{x^{-2} - y^{-2}}{(xy)^{-2}} = \dots$

- A. $(x + y)(x - y)$
 B. $-(x + y)(x - y)$

- C. $(x - y)^2$
 D. $x(x - y)$

- E. $-x(x - y)$

Jawab:

$$\begin{aligned} \frac{x^{-2} - y^{-2}}{(xy)^{-2}} &= \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{(xy)^2}} = \frac{\frac{y^2 - x^2}{x^2 y^2}}{\frac{1}{(xy)^2}} = \frac{y^2 - x^2}{(xy)^2} \cdot (xy)^2 = y^2 - x^2 = (y - x)(y + x) \\ &= -(-y + x)(y + x) \\ &= -(x - y)(x + y) \end{aligned}$$

Jawabannya adalah B

2. Jika $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}}} = a + b\sqrt{5}$, maka $a + b = \dots$

- A. 1
 B. 2

- C. 3
 D. 4

- E. 5

Jawab:

cara 1:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}}} &= \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}}} \cdot \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{2\sqrt{5}} - \frac{1}{2\sqrt{5}} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{5}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{5+4}{20} - \frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{5-4}{20}} \\ &= \frac{\frac{9}{20} - \frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{20}} = \frac{9\sqrt{5} - 20}{20\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5} - 20}{20\sqrt{5}} \cdot 20 = \frac{9\sqrt{5} - 20}{\sqrt{5}} = 9 - \frac{20}{\sqrt{5}} = 9 - \left(\frac{20}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}\right) \\ &= 9 - \frac{20\sqrt{5}}{5} = 9 - 4\sqrt{5} = a + b\sqrt{5} \rightarrow a = 9; b = -4 \\ \text{maka } a + b &= 9 - 4 = 5 \end{aligned}$$

cara 2:

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{\frac{\sqrt{5}-2}{2\sqrt{5}}}{\frac{\sqrt{5}+2}{2\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}-2}{2\sqrt{5}} \cdot \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2} = \frac{5-2\sqrt{5}-2\sqrt{5}+4}{5-4}$$
$$= 9 - 4\sqrt{5} = a + b\sqrt{5} \rightarrow a = 9 ; b = -4$$

maka $a + b = 9 - 4 = 5$

Jawabannya adalah E

3. Garis $ax + by + c = 0$ melalui titik A(1,-2), B(-5,2), dan C(10,-8). Jika a, b dan c tidak mempunyai factor persekutuan selain 1, maka $a + b + c = \dots$

A. 7
B. 8

C. 9
D. 10

E. 11

Jawab:

persamaan garis melalui 2 titik:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

melalui titik A(1,-2) dan B(-5 , 2) :

$$\frac{y + 2}{2 + 2} = \frac{x - 1}{-5 - 1}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow -6(y+2) &= 4(x-1) \\ \Leftrightarrow -6y - 12 &= 4x - 4 \\ \Leftrightarrow 4x - 4 + 6y + 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4x + 6y + 8 &= 0 \rightarrow \text{dibagi 2} \\ \Leftrightarrow 2x + 3y + 4 &= 0 \text{ didapat } a = 2, b=3 \text{ dan } c = 4 \end{aligned}$$

maka $a + b + c = 2 + 3 + 4 = 9$

Jawabannya adalah C

bukti lain:

Jika menentukan persamaan garis melalui titik B(-5,2) dan C(10,-8)

$$\frac{y - 2}{-8 - 2} = \frac{x + 5}{10 + 5}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow 15(y-2) &= -10(x+5) \\ \Leftrightarrow 15y - 30 &= -10x - 50 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 15y - 30 + 10x + 50 = 0$$

$$\Leftrightarrow 10x + 15y + 20 = 0 \rightarrow \text{dibagi } 5$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y + 4 = 0 \text{ didapat } a = 2, b = 3 \text{ dan } c = 4 \rightarrow \text{hasilnya sama}$$

4. Parabola: $y = 2x^2 - 16x + 24$ memotong sumbu y di titik A, jika garis singgung di titik A pada parabola memotong sumbu x di titik (a,0), maka a =

A. $-1\frac{1}{2}$

B. -1

C. $1\frac{1}{2}$

D. 2

E. $2\frac{1}{2}$

Jawab:

menentukan titik A:

memotong sumbu y jika $x = 0$,

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 16x + 24 \\ &= 2 \cdot 0 - 16 \cdot 0 + 24 \\ &= 24 \end{aligned}$$

titik A adalah (0 , 24)

gradien di titik A:

$$y' = 0 \text{ dengan } x = 0$$

$$y' = 4x - 16$$

$$\text{dengan } x = 0 \text{ maka } y' = 4 \cdot 0 - 16 = -16$$

persamaan garis di titik A (0 , 24) dengan gradien -16:

$$\text{rumus persamaan garis singgung: } y - y_1 = m (x - x_1)$$

$$y - 24 = -16 (x - 0)$$

$$y - 24 = -16x$$

$$y = -16x + 24$$

memotong sumbu x di titik (a,0):

memotong sumbu x jika $y = 0$

$$0 = -16 \cdot a + 24$$

$$16a = 24$$

$$a = \frac{24}{16} = 1\frac{1}{2}$$

Jawabannya adalah C

5. Persamaan kuadrat $x^2 - ax + 1 = 0$ mempunyai akar x_1 dan x_2 . Jika persamaan kuadrat

$x^2 + px + q = 0$, mempunyai akar $\frac{x_1^3}{x_2}$ dan $\frac{x_2^3}{x_1}$, maka $p = \dots$

A. $-a^4 + 4a^2 - 4$

C. $a^4 - 4a^2 - 4$

E. $a^4 + 4a^2 + 4$

B. $-a^4 + 4a^2 - 4$

D. $a^4 + 4a^2 - 4$

Jawab:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ dan } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$x^2 - ax + 1 = 0$ mempunyai akar x_1 dan x_2 maka:

$$x_1 + x_2 = -(-a) = a ; \quad x_1 \cdot x_2 = 1$$

$x^2 + px + q = 0$, mempunyai akar $\frac{x_1^3}{x_2}$ dan $\frac{x_2^3}{x_1}$;

misal $\alpha = \frac{x_1^3}{x_2}$ dan $\beta = \frac{x_2^3}{x_1}$ maka

$$\alpha + \beta = -p$$

$$\frac{x_1^3}{x_2} + \frac{x_2^3}{x_1} = -p$$

$$\frac{x_1^4 + x_2^4}{x_2 x_1} = -p ; \quad x_1 x_2 = 1$$

$$x_1^4 + x_2^4 = -p$$

$$(x_1^2 + x_2^2)^2 - 2(x_1 x_2)^2 = -p$$

$$\{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2\}^2 - 2(x_1 x_2)^2 = -p$$

$$\{(a)^2 - 2\}^2 - 2(1)^2 = -p$$

$$a^4 - 4a^2 + 4 - 2 = -p$$

$$a^4 - 4a^2 + 2 = -p$$

$$p = -a^4 + 4a^2 - 2$$

Tidak ada jawaban yang tepat

6. Nilai maksimum dari $P = 2x + 3y$ pada daerah $3x + y \geq 9$, $3x + 2y \leq 12$, $x \geq 0$ dan $y \geq 0$ adalah

.....

A. 6

C. 13

E. 27

B. 12

D. 18

Jawab:

membuat grafik:

daerah:

$$3x + y \geq 9 \Rightarrow 3x + y = 9 \dots(1)$$

titik potong dengan sumbu x jika $y = 0$

$$3x + 0 = 9$$

$$x = 3$$

didapat titik (3, 0)

titik potong dengan sumbu y jika $x = 0$

$$3 \cdot 0 + y = 9$$

$$y = 9$$

didapat titik (0, 9)

daerah:

$$3x + 2y \leq 12 \Rightarrow 3x + 2y = 12 \dots(2)$$

titik potong dengan sumbu x jika $y = 0$

$$3x + 0 = 12$$

$$x = 4$$

didapat titik (4, 0)

titik potong dengan sumbu y jika $x = 0$

$$3 \cdot 0 + 2y = 12$$

$$y = 6$$

didapat titik (0, 6)

Perpotongan (1) dan (2)

eliminasi x:

$$3x + y = 9$$

$$3x + 2y = 12 -$$

$$\hline -y = -3 \rightarrow y = 3$$

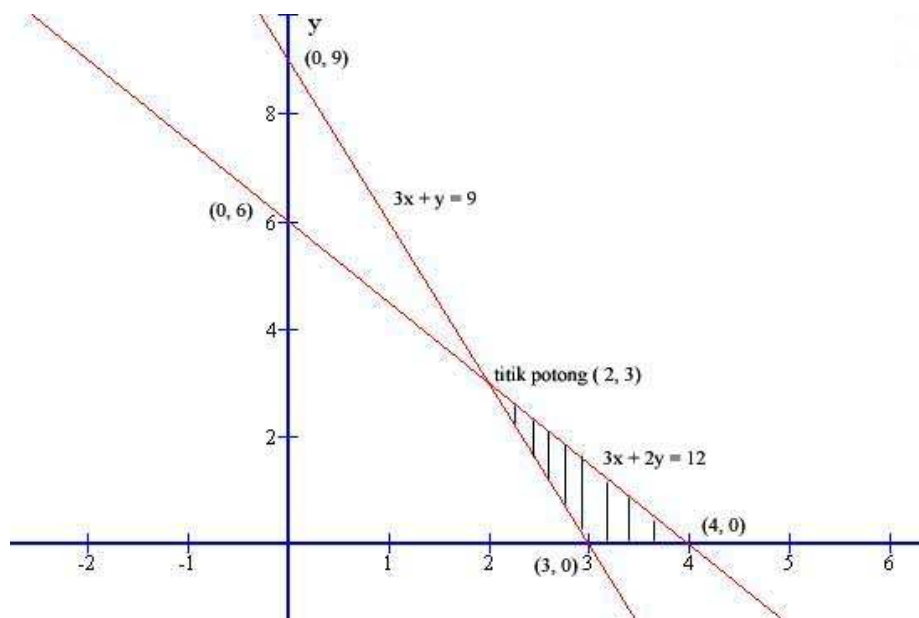
$$3x + y = 9 \rightarrow 3x + 3 = 9$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Didapat titik potong (2, 3)

grafiknya sbb:



daerah yang diarsir adalah $3x + y \geq 9$ dan $3x + 2y \leq 12$

titik pojok $P = 2x + 3y$

(3, 0)	6
(4, 0)	8
(2, 3)	$4 + 9 = 13$

didapat nilai maksimum adalah 13

Jawabannya adalah C

7. Jika garis g menyinggung kurva $y = \sin x + \cos x$ di titik yang absisnya $\frac{1}{2}\pi$, maka garis g memotong sumbu y di titik

- A. $(0, \frac{1}{2}\pi)$ C. $(0, 1 - \frac{1}{2}\pi)$ E. $(0, \pi)$
B. $(0, 1)$ D. $(0, 1 + \frac{1}{2}\pi)$

Jawab:

garis g menyinggung kurva $y = \sin x + \cos x$ di $x = \frac{1}{2}\pi$

$$y = \sin \frac{1}{2}\pi + \cos \frac{1}{2}\pi$$

$$= 1 + 0$$

$$= 1$$

menyinggung kurva di titik $(\frac{1}{2}\pi, 1)$

gradien di titik $(\frac{1}{2}\pi, 1)$:

$$y' = 0 \text{ dengan } x = \frac{1}{2}\pi$$

$$y' = \cos x - \sin x$$

$$\text{dengan } x = \frac{1}{2}\pi \text{ maka } y' = \cos \frac{1}{2}\pi - \sin \frac{1}{2}\pi = 0 - 1 = -1$$

persamaan garis di titik $(\frac{1}{2}\pi, 1)$ dengan gradien -1

$$y - b = m (x - a)$$

$$y - 1 = -1 (x - \frac{1}{2}\pi)$$

$$y - 1 = -x + \frac{1}{2}\pi$$

$$y = -x + 1 + \frac{1}{2}\pi$$

garis g memotong sumbu y jika $x = 0$

$$y = 0 + 1 + \frac{1}{2}\pi$$

jadi garis g memotong sumbu y di titik $(0, 1 + \frac{1}{2}\pi)$

Jawabannya adalah D

8. Jika $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$, maka $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \dots$

A. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{9}{16}$

E. $\frac{11}{16}$

B. $\frac{3}{4}$

D. $\frac{5}{8}$

Jawab:

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2} \dots\dots(1)$$

$$\sin^3 \theta + \cos^3 \theta = (\sin \theta + \cos \theta)^3 - 3 \sin \theta \cos \theta (\sin \theta + \cos \theta) \dots\dots(2)$$

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

$$1 + 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4}$$

$$2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{4} - 1$$

$$2 \sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{4}$$

$$\sin \theta \cos \theta = -\frac{3}{8} \dots\dots(3)$$

masukkan nilai (1) dan (3) ke persamaan (2) :

$$\begin{aligned} \sin^3 \theta + \cos^3 \theta &= \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(-\frac{3}{8}\right)\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{8} + \frac{9}{16} = \frac{2+9}{16} = \frac{11}{16} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah E

9. Jika $BC = 16$, $AC = 10$, dan luas $\triangle ABC = 40\sqrt{3}$, maka $AB = \dots$

A. 11

C. 13

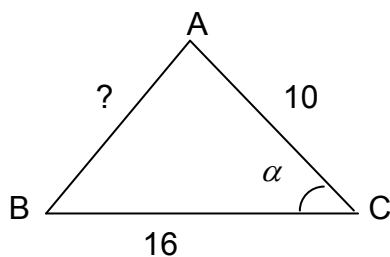
E. 15

B. 12

D. 14

Jawab:

Cara 1 :



$$L \triangle ABC = \frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin \alpha$$

$$40\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 10 \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{80\sqrt{3}}{160} = \frac{1}{2} \sqrt{3}$$

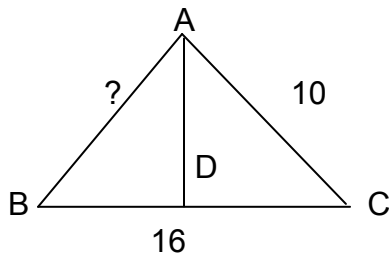
$$\alpha = 60^0$$

aturan cosinus:

$$\begin{aligned} AB^2 &= BC^2 + AC^2 - 2.BC.AC \cos \alpha \\ &= 16^2 + 10^2 - 2.16 \cdot 10 \cdot \cos 60^0 \\ &= 256 + 100 - 320 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 356 - 160 = 196 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{196} \\ &= 14 \end{aligned}$$

Cara 2:



$$L \triangle ABC = \frac{1}{2} \text{ alas} \times \text{tinggi} = \frac{1}{2} BC \cdot AD$$

$$40\sqrt{3} = \frac{1}{2} 16 \cdot AD$$

$$AD = \frac{80\sqrt{3}}{16} = 5\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} DC &= \sqrt{AC^2 - AD^2} \\ &= \sqrt{10^2 - (5\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{100 - 75} = \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

$$BD = 16 - 5 = 11$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{BD^2 + AD^2} \\ &= \sqrt{11^2 + (5\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{121 + 75} = \sqrt{196} = 14 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

$$10. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}\pi} \frac{1 - 2 \sin x \cos x}{\sin x - \cos x} = \dots$$

$$A. \frac{1}{2}$$

$$C. 1$$

$$E. -1$$

$$B. \frac{1}{2} \sqrt{2}$$

$$D. 0$$

Jawab:

Cara 1 : Dengan menggunakan metoda L'Hospital

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}\pi} \frac{1 - 2 \sin x \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}\pi} \frac{1 - \sin 2x}{\sin x - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}\pi} \frac{-2 \cos 2x}{\cos x + \sin x} ; \text{ pembilang dan penyebut didiferensialkan}$$

$$= \frac{-2 \cos 2 \cdot \frac{1}{4}\pi}{\cos \frac{1}{4}\pi + \sin \frac{1}{4}\pi} = \frac{-2 \cdot 0}{\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}} = 0$$

Cara 2 : faktorisasi

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}\pi} \frac{1 - 2 \sin x \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}\pi} \frac{\sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x}{\sin x - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}\pi} \frac{(\sin x - \cos x)^2}{\sin x - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}\pi} \sin x - \cos x = \frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0$$

Jawabannya adalah D

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + x\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} - 1} = \dots$

- A. 6
B. 7

- C. 8
D. 9

- E. 10

Jawab:

hasilnya adalah bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$

gunakan metoda L'Hospital:

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + x\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x} - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + x(x)^{\frac{1}{2}} - 4}{(x)^{\frac{1}{2}} - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 + \sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}}}{\frac{1}{2\sqrt{x}}} \\ &= \frac{3 + \sqrt{1} + \frac{1}{2\sqrt{1}}}{\frac{1}{2\sqrt{1}}} = \frac{3 + 1 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{9}{2} \cdot 2 = 9 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

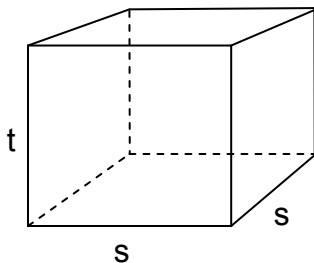
12. Volum balok terbesar yang luas semua bidang sisinya 96 cm^2 dan alasnya persegi adalah....

- A. 54 cm^3
B. 64 cm^3

- C. 74 cm^3
D. 84 cm^3

- E. 94 cm^3

Jawab:



$$\text{Luas Balok} = 2s^2 + 4st$$

$$96 = 2s^2 + 4st$$

$$4st = 96 - 2s^2$$

$$2st = 48 - s^2$$

$$t = \frac{24}{s} - \frac{s}{2}$$

$$\text{Volume balok} = s^2 \cdot t$$

$$= s^2 \cdot \left(\frac{24}{s} - \frac{s}{2} \right)$$

$$= 24s - \frac{1}{2} s^3$$

Volum balok terbesar apabila $V' = 0$;

$$V' = 24 - \frac{3}{2} s^2 = 0$$

$$24 = \frac{3}{2} s^2$$

$$s^2 = \frac{48}{3} = 16$$

$$s = \sqrt{16} = 4$$

$$t = \frac{24}{s} - \frac{s}{2} = \frac{24}{4} - \frac{4}{2} = 6 - 2 = 4$$

$$\text{Volume balok terbesar} = s^2 \cdot t = 4^2 \cdot 4 = 16 \cdot 4 = 64 \text{ cm}^3$$

Jawabannya adalah B

13. Nilai minimum dari fungsi $y = (x-3)\sqrt{x}$ adalah....

A. -2

B. -1

C. 0

D. 1

E. 2

Jawab:

nilai minimum jika $y' = 0$

$$y = u \cdot v \rightarrow y' = u' \cdot v + v' \cdot u$$

$$u = (x-3) ; v = \sqrt{x}$$

$$y' = \sqrt{x} + (x-3) \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$$

$$\sqrt{x} = - \frac{(x-3)}{2\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x} = \frac{3-x}{2\sqrt{x}}$$

$$2x = 3 - x$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

titik minimum di $x = 1$

$$\begin{aligned} y &= (x-3)\sqrt{x} \\ &= (1-3)\sqrt{1} = -2 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah A

14. Turunan pertama dari fungsi $y = \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x}$ adalah....

A. $\frac{-1}{(\cos x + \sin x)^2}$

C. $\frac{-3}{(\cos x + \sin x)^2}$

E. $\frac{-2}{\cos x^2 - \sin x^2}$

B. $\frac{-2}{(\cos x + \sin x)^2}$

D. $\frac{-1}{\cos x^2 - \sin x^2}$

Jawab:

$$y = \frac{u}{v} \rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$$

$$u = \cos x - \sin x \rightarrow u' = -\sin x - \cos x = -(\sin x + \cos x)$$

$$v = \cos x + \sin x \rightarrow v' = -\sin x + \cos x = \cos x - \sin x$$

$$y' = \frac{-(\sin x + \cos x)(\sin x + \cos x) - (\cos x - \sin x)(\cos x - \sin x)}{(\cos x + \sin x)^2}$$

$$= \frac{-(\sin x + \cos x)^2 - (\cos x - \sin x)^2}{(\cos x + \sin x)^2}$$

$$= \frac{-(\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x) - (\cos^2 x + \sin^2 x - 2 \sin x \cos x)}{(\cos x + \sin x)^2}$$

$$= \frac{-(1 + 2 \sin x \cos x) - (1 - 2 \sin x \cos x)}{(\cos x + \sin x)^2} = \frac{-1 - 2 \sin x \cos x - 1 + 2 \sin x \cos x}{(\cos x + \sin x)^2}$$

$$= \frac{-2}{(\cos x + \sin x)^2}$$

Jawabannya adalah E

15. Nilai x yang memenuhi persamaan $\sqrt[3]{\frac{4^{5-x}}{8}} = \frac{1}{2^{2x+1}}$ adalah.....

A. -4

C. $-\frac{1}{2}$

E. 2

B. -1

D. $\frac{1}{4}$

Jawab:

$$\frac{\sqrt[3]{4^{5-x}}}{8} = \frac{1}{2^{2x+1}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{2^{2(5-x)}}}{2^3} = 2^{-2x-1}$$

$$2^{\frac{10-2x}{3}-3} = 2^{-2x-1}$$

$$2^{\frac{10-9-2x}{3}} = 2^{-2x-1}$$

$$\frac{1-2x}{3} = -2x-1$$

$$1-2x = -6x-3$$

$$-2x+6x = -1-3$$

$$4x = -4$$

$$x = -1$$

Jawabannya adalah B

16. Jika ${}^7\log 2 = a$ dan ${}^2\log 3 = b$, maka ${}^6\log 98 = \dots$

A. $\frac{a}{a+b}$

C. $\frac{a+2}{a(b+1)}$

E. $\frac{a+2}{b(a+1)}$

B. $\frac{a+2}{b+1}$

D. $\frac{a+1}{b+2}$

Jawab:

$$\begin{aligned} {}^6\log 98 &= \frac{{}^2\log 98}{{}^2\log 6} = \frac{{}^2\log 2 \cdot 49}{{}^2\log 2 \cdot 3} = \frac{{}^2\log 2 + {}^2\log 7^2}{{}^2\log 2 + {}^2\log 3} \\ &= \frac{1 + 2 \cdot {}^2\log 7}{1+b} = \frac{1 + \frac{2}{{}^7\log 2}}{1+b} = \frac{1 + \frac{2}{a}}{1+b} = \frac{\frac{a+2}{a}}{1+b} = \frac{a+2}{a(1+b)} \end{aligned}$$

Jawabannya adalah C

17. Adi selalu membelanjakan $\frac{1}{3}$ bagian dari uang yang masih dimilikinya dan ia tidak mempunyai penghasilan lagi. Jika pada saat belanja terakhir sisanya kurang dari $\frac{32}{243}$ uang semula, maka Adi paling sedikit sudah membelanjakan uangnya,,,,,

A. 4 kali
B. 5 kali

C. 7 kali
D. 10 kali

E. 14 kali

Jawab:

misal:

uang yang masih dimiliki adalah x :

Pengeluaran untuk belanja pertama : $\frac{1}{3} x$ maka sisa uangnya $x - \frac{1}{3} x = \frac{2}{3} x$

Pengeluaran untuk belanja kedua : $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} x = \frac{2}{9} x$ maka sisa uangnya:

$$\frac{2}{3} x - \frac{2}{9} x = \frac{6-2}{9} x = \frac{4}{9} x$$

Pengeluaran untuk belanja ketiga : $\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} x = \frac{4}{27} x$ maka sisa uangnya:

$$\frac{4}{9} x - \frac{4}{27} x = \frac{12-4}{27} x = \frac{8}{27} x$$

cara 1:

terlihat bahwa sisa setiap belanja dapat dirumuskan dengan : $(\frac{2}{3})^n x$

saat belanja terakhir sisanya kurang dari $\frac{32}{243}$ uang semula = $\frac{32}{243} \cdot x$

$$(\frac{2}{3})^n x = \frac{32}{243} \cdot x$$

$$(\frac{2}{3})^n = \frac{32}{243}$$

$$(\frac{2}{3})^n = (\frac{2}{3})^5$$

didapat n = 5

Cara 2:

Sisa belanja membentuk barisan geometri:

$$\frac{2}{3} x, \frac{4}{9} x, \frac{8}{27} x, \dots$$

$$a = \frac{2}{3} x ; r = \frac{\frac{4}{9} x}{\frac{2}{3} x} = \frac{2}{3}$$

$$U_n = ar^{n-1}$$

$$U_n = \text{sisal belanja terakhir} = \frac{32}{243} \cdot x$$

$$\frac{32}{243} \cdot x = \frac{2}{3} \cdot x \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$\frac{32}{243} = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$\frac{32}{243} = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$n = 5$$

Jawabannya adalah B

18. Jika $2p + q$, $6p + q$ dan $14p + q$ adalah tiga suku deret geometri yang berurutan, maka rasio deretnya adalah....

A. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

E. 3

B. $\frac{1}{3}$

D. 2

Jawab:

Deret geometri:

$$2p + q, 6p + q, 14p + q$$

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{6p + q}{2p + q} = \frac{14p + q}{6p + q}$$

$$r = \frac{6p + q - 14p - q}{2p + q - 6p - q}$$

$$= \frac{-8p}{-4p} = 2$$

Jawabannya adalah D

19. Jumlah n suku pertama deret:

$${}^5\log \frac{1}{a} + {}^5\log \frac{b}{a} + {}^5\log \frac{b^2}{a} + \dots$$

adalah.....

A. ${}^5\log \frac{(b^{n-1})^{\frac{n}{2}}}{a^n}$

C. ${}^5\log \frac{(b^{n-1})^{\frac{n}{2}}}{a^{\frac{n}{2}}}$

E. ${}^5\log \frac{(b^n)^{\frac{n}{2}}}{a^{2n}}$

B. ${}^5\log \frac{(b^n)^{\frac{n}{2}}}{a^{\frac{n}{2}}}$

D. ${}^5\log \frac{(b^{n-1})^{\frac{n}{2}}}{a^{2n}}$

Jawab:

Deret merupakan deret aritmetika :

$$\text{beda} = U_n - U_{n-1}$$

$$= {}^5\log \frac{b}{a} - {}^5\log \frac{1}{a} = {}^5\log \frac{b^2}{a} - {}^5\log \frac{b}{a}$$

$$= {}^5\log \frac{\frac{b}{a}}{\frac{1}{a}} = {}^5\log \frac{\frac{b^2}{a}}{\frac{b}{a}}$$

$$= {}^5\log b = {}^5\log b$$

$$U_1 = {}^5\log \frac{1}{a}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)b)$$

$$= \frac{n}{2} (2 U_1 + (n-1)b)$$

$$= \frac{n}{2} (2 {}^5\log \frac{1}{a} + (n-1) {}^5\log b)$$

$$= \frac{n}{2} ({}^5\log (\frac{1}{a})^2 + {}^5\log b^{n-1})$$

$$= \frac{n}{2} ({}^5\log (\frac{1}{a})^2 \cdot b^{n-1})$$

$$= \frac{n}{2} ({}^5\log \frac{b^{n-1}}{a^2})$$

$$= {}^5\log (\frac{b^{n-1}}{a^2})^{\frac{n}{2}}$$

$$= {}^5\log \frac{(b^{n-1})^{\frac{n}{2}}}{(a^2)^{\frac{n}{2}}} = {}^5\log \frac{(b^{n-1})^{\frac{n}{2}}}{a^n}$$

Jawabannya adalah A

20. Jika $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ dan $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, maka $-p^4 + 2p^3 + 3p^2 + 4I = \dots$

A. $-P$

B. P

C. $2P$

D. $-2P$

E. I

Jawab:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}; I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P^2 = P \cdot P = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 & 1 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-1) \\ 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 & 2 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = -I$$

$$P^3 = P^2 \cdot P = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = -P$$

$$P^4 = P^3 \cdot P = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$\begin{aligned} -p^4 + 2p^3 + 3p^2 + 4I &= -I + 2(-P) + 3(-I) + 4I \\ &= -I - 2P - 3I + 4I = -2P \end{aligned}$$

Jawabannya adalah D

21. Transpos dari matriks A ditulis A^T . Jika matriks $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, dan X memenuhi $A^T = B + X$, maka invers dari X adalah.....

A. $\frac{1}{7} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$

C. $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

E. $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

B. $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$

D. $\frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$

Jawab:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$A^T = B + X \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$a = 1 - 2 = -1$$

$$b = -2 - (-1) = -1$$

$$c = 2 - (-2) = 4$$

$$d = 0 - 3 = -3$$

$$X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$X^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} = \frac{1}{.3 - (-4)} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{.7} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$$

Jawabannya adalah A

22. Pada percobaan melempar dua buah dadu sekaligus, peluang munculnya dua mata dadu tidak lebih dari 6 adalah.....

A. $\frac{5}{18}$

C. $\frac{5}{12}$

E. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

Jawab:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

p(A) = peluang kejadian

n(A) = banyaknya kemungkinan kejadian A

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

jumlah kemungkinan mata dadu tidak berjumlah lebih dari enam terlihat pada tabel di atas berjumlah = 15 = n(A)

$n(S)$ = banyaknya kemungkinan kejadian sample = $6 \times 6 = 36$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

Jawabannya adalah C

23. Dari tabel hasil ujian matematika di bawah, jika nilai rata-ratanya adalah 6, maka $x = \dots$

Nilai Ujian	4	5	6	8	10
Frekuensi	20	40	70	x	10

- A. 0
B. 5
C. 10
D. 15
E. 20

Jawab:

$$\text{Rata-rata} = \bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{20 \cdot 4 + 40 \cdot 5 + 70 \cdot 6 + x \cdot 8 + 10 \cdot 10}{20 + 40 + 70 + x + 10} = \frac{800 + 8x}{140 + x} = 6$$

$$\begin{aligned} 6(140 + x) &= 800 + 8x \\ 840 + 6x &= 800 + 8x \\ 840 - 800 &= 8x - 6x \\ 40 &= 2x \\ x &= 20 \end{aligned}$$

Jawabannya adalah E

24. Persamaan kuadrat $x^2 - 6x + a = 0$ mempunyai akar x_1 dan x_2 . Jika x_1 , x_2 dan $x_1 + x_2$ adalah tiga suku pertama deret aritmetika, maka konstanta $a = \dots$

- A. 2
B. 4
C. 6
D. 8
E. 10

Jawab:

$$x^2 - 6x + a = 0$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{-6}{1} = 6 \rightarrow x_1 = 6 - x_2$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{a}{1} = a$$

Tiga suku pertama deret aritmetika:

$$x_1, x_2, x_1 + x_2$$

$$\text{beda deret} = x_1 + x_2 - x_2 = x_2 - x_1$$

$$x_1 = x_2 - x_1$$

$$2x_1 = x_2 ; x_1 = 6 - x_2$$

$$2(6 - x_2) = x_2$$

$$12 - 2x_2 = x_2$$

$$12 = 3x_2$$

$$x_2 = 4$$

$$x_1 = 6 - x_2 = 6 - 4 = 2$$

$$a = x_1 \cdot x_2 = 2 \cdot 4 = 8$$

Jawabannya adalah D

25. Deret geometri tak hingga : $(\log(x-5))^2 + (\log(x-5))^3 + (\log(x-5))^4 + \dots$
Mempunyai jumlah untuk x yang memenuhi.....

A. $-1 < x < 1$

B. $4 < x < 6$

C. $5 < x < 6$

D. $5,1 < x < 6$

E. $5,1 < x < 15$

Jawab:

$$\text{Rasio deret } (r) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{(\log(x-5))^3}{(\log(x-5))^4} = \log(x-5)$$

Syarat deret tak hingga mempunyai nilai (konvergen) bila :

$$|r| < 1 \text{ atau } -1 < r < 1$$

Sehingga

$$-1 < \log(x-5) < 1$$

$$\Leftrightarrow \log 10^{-1} < \log(x-5) < \log 10$$

$$\Leftrightarrow 10^{-1} < x-5 < 10$$

$$\Leftrightarrow 0,1 < x-5 < 10$$

$$\Leftrightarrow 0,1 + 5 < x < 10 + 5$$

$$\Leftrightarrow 5,1 < x < 15$$

Jawabannya adalah E